

UNIVERSITÄT ROSTOCK

**33. Norddeutsches Kolloquium über
Angewandte Analysis
und
Numerische Mathematik**

4. und 5. Mai 2012

Das Kolloquium bietet allen Forschungsgruppen der norddeutschen Universitäten die Möglichkeit, ihre aktuellen Forschungsinteressen und Ergebnisse in den genannten Gebieten vorzustellen. Insbesondere stellt es eine Gelegenheit zum Ausbau der Zusammenarbeit zwischen den Universitäten dar.

2012 wird das Kolloquium vom Lehrstuhl Numerische Mathematik am Institut für Mathematik der Universität Rostock ausgerichtet.

Zusammenfassungen

Effiziente Verfahren für vollbesetzte Matrizen

STEFFEN BÖRM, UNIVERSITÄT KIEL

In vielen Bereichen der numerischen Mathematik treten nicht-lokale Wechselwirkungen auf: Das elektromagnetische Feld eines Ladungsträgers erstreckt sich über ein größeres Volumen, das Gravitationsfeld einer Masse sogar über den gesamten Weltraum, weitere Anwendungen sind die Simulation von Börsenkursen mit Hilfe von Sprungprozessen oder die Untersuchung populationsdynamischer Vorgänge.

Eine Diskretisierung führt zu vollbesetzten Matrizen, die erst mit Hilfe effizienter numerischer Verfahren zugänglich gemacht werden können. Beispielsweise bereitet schon das Abspeichern einer $n \times n$ -Matrix in der traditionellen Darstellung ernste Schwierigkeiten, da es n^2 Speicherplätze erfordert und n für hochauflösende Diskretisierungen sehr groß wird.

Die Technik der hierarchischen Matrizen bietet die Möglichkeit, vollbesetzte $n \times n$ -Matrizen unter bestimmten Bedingungen mit nur $\mathcal{O}(nk \log n)$ Speicherplätzen zu *approximieren*, wobei k ein Parameter ist, der die Genauigkeit der Approximation steuert. „Unter bestimmten Bedingungen“ bedeutet in diesem Fall, dass sich beispielsweise Matrizen behandeln lassen, die sowohl bei elliptischen partiellen Differentialgleichungen als auch bei Integralgleichungen und Problemen der Steuerungstheorie auftreten.

Der Vortrag bietet eine Einführung in die grundlegenden Konzepte der hierarchischen Matrizen und beschreibt kurz die Forschungsthemen, die zur Zeit in der Arbeitsgruppe „Scientific Computing“ der Universität Kiel untersucht werden: Eine besonders effiziente Technik für die Behandlung von Randintegralgleichungen, ein neuer Ansatz für die effiziente Durchführung approximativer arithmetischer Operationen sowie ein neuartiger Ansatz für die Behandlung von Matrixgleichungen.

Co-dilatierte orthogonale Polynome zur Beschleunigung des Landweber-Verfahrens

WOLFGANG ERB, UNIVERSITÄT LÜBECK

Für die iterative Lösung von schlecht gestellten linearen Gleichungen werden vielfach das CG-Verfahren, das Landweber-Verfahren oder semiiterative Algorithmen wie die ν -Methoden eingesetzt. In diesem Vortrag beschäftigen wir uns hauptsächlich mit den ν -Methoden und zeigen, dass eine einfache Modifikation in der zugrundeliegenden Dreitermrekursion oftmals ausreicht um die Anzahl der benötigten Iterationsschritte deutlich zu senken. Diese neuen semiiterativen Algorithmen basieren auf Familien von co-dilatierten Gegenbauer-Polynomen. Im Vergleich zu den standardmäßig verwendeten ν -Methoden, liegen die Nullstellen der Residuenpolynome bei den modifizierten Verfahren näher am Ursprung, was sich bei schlecht gestellten Problemen in vielen Fällen positiv auf die Anzahl der benötigten Iterationsschritte auswirkt. Die asymptotische Konvergenzrate der modifizierten Verfahren ist dabei dieselbe wie die der ν -Methoden. Um die unterschiedlichen Algorithmen numerisch auszuwerten, testen wir sie an einem inversen Problem aus dem Bereich der Elastographie.

Kernel-based Scattered Data Approximation

ARMIN ISKE, UNIVERSITÄT HAMBURG

Kernel functions are suitable tools for multivariate scattered data interpolation and approximation. In this talk, we first explain basic features of kernel-based multivariate interpolation by positive definite functions, before we focus on the conditioning and stability of that optimal reconstruction scheme. If time allows, we finally discuss relevant computational aspects concerning kernel-based penalized least squares approximation.

Algorithmus für robuste Wedgelets

MICHAEL KLÄRE, UNIVERSITÄT GREIFSWALD

Mit dem Gebiet der Bildsegmentierung versucht man Informationen aus digitalen Bildern und speicherplatzsparende Approximationen zu gewinnen. Eine Methode sind Wedgelets, die durch die Minimierung des Potts-funktional $H_\gamma(\mathcal{P}, g) = \gamma|\mathcal{P}| + \|f - g\|_{L^p}$ eine Approximation g des Bildes f auf der Partition \mathcal{P} bestimmt. Um auch gestörte Bilder mit einem Rauschen, das viele Ausreißer enthält, 'gut' approximieren zu können, minimieren wir bezüglich der L^1 -Norm. Wir stellen hierfür einen effizienten Algorithmus vor.

Effiziente Berechnung sphärischer Mittelwerte und Anwendungen in der photoakustischen Tomographie

STEFAN KUNIS, UNIVERSITÄT OSNABRÜCK

Die photoakustische Tomographie als neuartiges bildgebendes Verfahren kann als inverses Cauchy-Problem für die Wellengleichung beschrieben werden. Unter geeigneten Voraussetzungen können wir die Lösung des Cauchy-Problems explizit mit Hilfe sphärischer Mittelwerte angeben. Wir diskretisieren diese Integraltransformation mit Hilfe von trigonometrischen Polynomen und leiten einen schnellen approximativen Algorithmus zur Berechnung der sphärischen Mittelwerte her. Im Dreidimensionalen wird dies gerade eine dünnbesetzte vierdimensionale diskrete Fourier-Transformation sein, die in nahezu linearer Komplexität berechnet werden kann. Das inverse Problem lösen wir schließlich mit iterativen Methoden und rekonstruieren damit aus den photoakustischen Messdaten.

Multivariate periodische Wavelets

DIRK LANGEMANN, UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Multivariate periodische Wavelets können Funktionen effektiv approximieren und ausgezeichnete Richtungen detektieren. Eindimensionale verschiebungsinvariante Räume und Tensorprodukt-Wavelets werden zu multivariaten verschiebungsinvarianten Räumen auf Nicht-Tensorprodukt-Mustern verallgemeinert. Dazu werden mögliche periodische Muster

klassifiziert und die Eigenschaften der Automorphismengruppe untersucht. Zerlegungseigenschaften verschiebungsinvarianter Räume werden diskutiert. Aus ihnen können multivariate Dirichlet-Kerne und zugehörige Wavelet-Zerlegungen konstruiert werden. Die Auswahl möglicher Erweiterungen des Frequenzbereichs und damit möglicher Waveleträume zu einem gegebenen Skalierungsraum ist eingeschränkt. Trotzdem können vielfältige Folgen von Skalierungsräumen für unterschiedliche Anwendungen konstruiert werden.

LITERATUR:

- [1] G. Plonka, M. Tasche, A unified approach to periodic wavelets. In C. K. Chui et al. (Eds.) Wavelets: Theory, Algorithms, and Applications, Acad. Press, 137-151, 1994.
- [2] Igm, J. Prestin, Multivariate periodic wavelet analysis, Appl. Comput. Harm. Anal. 28, 46-66, 2010.

Spektren endlicher und unendlicher zufälliger Jacobi-Matrizen

MARKO LINDNER, TU HAMBURG-HARBURG

Es geht um Spektraltheorie diskreter Schrödinger- und verwandter Operatoren. Etablierte physikalische Modelle führen auf tridiagonale Matrizen mit einer oder mehr zufälligen Diagonalen. Wir diskutieren neue Resultate zu 1-dimensionalen endlichen und (ein- oder zweiseitig) unendlichen Konfigurationen und setzen die zugehörigen Spektren in Beziehung. Außerdem gehen wir auf die numerische Lösung zugehöriger Operatorgleichungen $Ax = b$ mit Hilfe von Abschneidetechniken ein.

Modellierung und Simulation von thermomechanischen Verformungen bei Bohr- und Fräsprozessen

CARSTEN NIEBUHR, UNIVERSITÄT BREMEN

In nahezu allen spanenden Fertigungsprozessen werden die herzustellenden Bauteile in erheblichem Maße thermisch beeinflusst. Das seit 2010 vom DFG geförderte Schwerpunktprogramm (SPP) 1480 untersucht in diesem Zusammenhang, wie sich die thermisch bedingten Form- und Maßabweichungen der Bauteile und deren Verhalten im späteren Gebrauch entscheidend verändern. Das Ziel ist es, die aus dem Prozess resultierenden Fertigungsungenauigkeiten bereits in der Fertigungsplanung durch simulationsgestützte Methoden zu vermeiden bzw. zu kompensieren. Im Vortrag wird ein Modell vorgestellt, welches die thermomechanischen Verformungen bei der Zerspanung durch Bohr- und Fräsprozesse von Bauteilen und die hiermit verbundenen Geometriefehler vorhersagen soll. In diesem Zusammenhang wird ein diskretes Dixel-Modell, mit dem die geometrischen Veränderungen des Bauteils berechnet werden, mit einer Finiten Elemente Methode zur Berechnung der Wärmeleitung und Bauteilverformung kombiniert. Erste Ergebnisse aus den Grundlagenuntersuchungen der ersten Förderphase des SPP 1480 werden präsentiert.

Spektrale Approximation mit Appell-Proriol-Koornwinder-Polynomen

PHILIPP ÖFFNER & THOMAS SONAR, UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Wir beschäftigen uns mit der „super spectral vanishing viscosity“-Methode (kurz: SSV-Methode) im Kontext von Erhaltungsgleichungen. Doch anstelle der üblichen Approximation der Lösung mit Hilfe von trigonometrischen Funktionen, Chebycheff oder Legendre Polynomen, werden wir Appell-Proriol-Koornwinder Polynome (kurz: APK-Polynome) auf Dreiecken verwenden. Dafür definieren wir die APK-Polynome und wiederholen einige ihrer grundlegenden Eigenschaften. Anschließend untersuchen wir die spektrale Konvergenz der APK-Polynome für eine hinreichend glatte Funktion in Abhängigkeit der Parameterwahl in ihren Gewichtsfunktionen. Zum Schluss wird der Zusammenhang zwischen der SSV-Methode und der Verwendung eines Filters in einem spektralen Verfahren anhand des Beispiels der APK-Polynome erklärt.

Wie viele Fourier-Abtastwerte benötigt man zur Rekonstruktion reeller Funktionen mit spezieller Struktur?

GERLIND PLONKA-HOCH, UNIVERSITÄT GÖTTINGEN

In den letzten Jahren ist die Prony-Methode zur Parameterbestimmung bei speziell strukturierten Funktionen wieder verstärkt eingesetzt worden. Diese Methode erlaubt die Bestimmung spezieller Parameter mittels weniger Abtastwerte der betrachteten Funktion. Sie steht in engem Zusammenhang mit der in der Signalverarbeitung häufig verwendeten Methode der auslöschenden Filter (annihilating filter method).

In diesem Vortrag nutzen wir die Prony-Methode um speziell strukturierte Funktionen aus einer möglichst geringen Anzahl von Fourierdaten zu rekonstruieren.

Im eindimensionalen Fall betrachten wir u.a. reelle B-Spline-Funktionen bzgl. nichtäquidistanter Knoten der Form

$$f(x) = \sum_{j=1}^N c_j^m B_j^m(x),$$

wobei der B-Spline B_j^m der Ordnung m durch die Knoten T_j, \dots, T_{j+m} festgelegt ist. Wir zeigen, dass sich die Knoten T_1, \dots, T_{m+N} sowie die Koeffizienten c_1, \dots, c_N aus nur $N + m$ äquidistanten Fourierdaten exakt rekonstruieren lassen, so dass f durch diese Daten eindeutig bestimmt ist.

Zur Rekonstruktion von reellen Funktionen der Form

$$f(x) = \sum_{j=1}^N c_j \Phi(x - T_j)$$

mit bekannter Funktion Φ und unbekanntem Parametern $c_j, T_j, j = 1, \dots, N$ genügen $N + 1$ Fourier-Abtastwerte von f .

Die Resultate lassen sich im höherdimensionalen Fall auf Tensorprodukte von B-Spline-Funktionen und auf nichtäquidistante Translate radialer Basisfunktionen verallgemeinern.

Die hier vorgestellten Ergebnisse wurden in Zusammenarbeit mit Marius Wischerhoff (Universität Göttingen) erhalten.

PDE-based parameter identification for defect detection in carbon fibre reinforced composites

THOMAS SCHUSTER, UNIVERSITÄT OLDENBURG

Defect detection for composite materials by autonomous systems, the so-called *Structural Health Monitoring* (SHM), is on the one hand of large economic interest since these materials are used in the construction of airplanes, and on the other hand the application and analysis of numerical methods for the corresponding parameter identification problems represent great challenges from a mathematical point of view. SHM means the generation of guided waves in plates consisting of carbon fibre reinforced composites, which interact with defects in the structure and are then measured at sensors. Thereby both, actors and sensors are embedded into the structure. SHM aims for giving information about the kind, the localization and the size of damages by computing material parameters that are assumed to vary spatially. Besides the anisotropy of composite materials one faces the further difficulty that the so-called *Lamb waves*, which arise in thin plates, are dispersive, i.e. the group velocity depends on frequency. Thus one has to solve an inverse parameter identification for an anisotropic wave equation.

The talk outlines different numerical approaches to tackle the SHM problem. We show how dispersion curves can be computed either by solving a generalized eigenvalue problem or by using the matrix pencil method. Furthermore we present two different models which solve the problem of defect detection by minimizing specific Tikhonov functionals. The talk ends with some first numerical results for one of these models which interprets defects as external forces.

Generalized sampling and adaptive sparse recovery

GERD TESCHKE, HOCHSCHULE NEUBRANDENBURG

Generalized sampling is new framework for sampling and reconstruction in infinite-dimensional Hilbert spaces. Given measurements (inner products) of an element with respect to one basis, it allows one to reconstruct in another, arbitrary basis, in a way that is both convergent and numerically stable. However, generalized sampling is thus far only valid for sampling and reconstruction in systems that comprise bases. Thus, in the first part of this talk we extend this framework from bases to frames, and provide fundamental sampling theorems for this more general case (including inverse problems). Moreover, the second part of the talk is concerned with extending the idea of generalized sampling to sparse recovery in the context of nonlinear approximation.

Modifikationen kleinen Ranges von nichtlinearen symmetrischen Eigenwertaufgaben

KEMAL YILDIZTEKIN, TU HAMBURG-HARBURG

Wir befassen uns mit Störungen kleinen Ranges von Eigenwertaufgaben. Hierzu betrachten wir die Eigenwertaufgabe

$$(T(\lambda) + H(\lambda))x = 0,$$

wobei $T(\lambda)$ eine Familie von hermiteschen Matrizen ist, die eine minmax-Charakterisierung ihrer Eigenwerte erlaubt und $H(\lambda)$ eine Familie von hermiteschen Matrizen von kleinem Rang, welche auch unstetig von λ abhängen darf.

Nichtlineare Modifikationen dieser Art treten bei der Untersuchung mechanischer Strukturen mit angebrachten Massen, bei der Modellierung in der Glasfaseroptik oder bei Untersuchungen von Fluid-Struktur-Interaktionen auf.

Stochastic modulation spaces for stochastic operator identification

PAVEL ZHELTOV, JACOBS UNIVERSITÄT BREMEN

Wireless communication channels are frequently modeled with stochastic integral operators that can be described with their spreading functions. Certain classes of operators can be characterized in terms of function classes to which their spreading functions belong, for example, the spreading functions must be square integrable, or compactly supported on a subset of a time-frequency plane. For such model to be sufficiently broad, a class of spreading functions must include the generalized functions, since even in the case of a deterministic operator such as an identity operator, its spreading function is a Dirac delta function centered at origin of the time-frequency plane.

We develop the language of stochastic modulation spaces to describe large classes for spreading functions of the stochastic integral operators that include generalized stochastic processes viewed as the Hilbert-space valued functions on a Feichtinger algebra \mathcal{S} of sufficiently smooth test functions.

The operator identification problem is to recover the spreading function of the channel from the output of the operator to a given explicitly designed input. We show that the stochastic modulation spaces capture the properties of the operators that are essential for operator sampling and identification. In particular, we give a characterization of classes of stochastic operators that can be identified with weighted delta trains and explore different restrictions on the supports of the spreading functions that either allow or disallow operator identifiability.