



Über Clones in partieller mehrwertiger Logik

KARSTEN SCHÖLZEL

Universität Rostock, Institut für Mathematik

Inhalt

Einführung

Was? — Definitionen

Wieso? — Anwendungen

Wie? — Ziele

Ergebnisse

Galois-Theorie

Maximale partielle Clones

Sheffer-Funktionen und Minimale Überdeckungen

Inhalt

Einführung

Was? — Definitionen

Wieso? — Anwendungen

Wie? — Ziele

Ergebnisse

Galois-Theorie

Maximale partielle Clones

Sheffer-Funktionen und Minimale Überdeckungen

Was? — Definitionen

$E_k, k \in \mathbb{N}, \tilde{E}_k := E_k \cup \{\emptyset\}$
partielle n -stellige Funktion $f^{(n)} : E_k^n \rightarrow \tilde{E}_k$

Wieso? — Anwendungen

- Software-Entwicklung: Verifikation und Synthese (z.B. VIS)
- Multi-Level Chips
 - weniger Leitungen
 - schnellere Rechenoperationen
 - kompaktere Speicher (Flash-Speicher,...)
- ...



Wie? — Ziele

- Beschreibung aller partiellen Clones (abgeschlossene Mengen)
- Verband der partiellen Clones
- Charakterisierung von Erzeugendensystemen (speziell mit einem Element)

Was wir schon wissen?

- überabzählbar viele partielle Clones für alle $k \geq 2$
- endlich viele maximale partielle Clones mit Beschreibung
- minimale partielle Clones auf minimale totale Clones zurückgeführt (ungelöst)
- ...



Einführung

Was? — Definitionen

Wieso? — Anwendungen

Wie? — Ziele

Ergebnisse

Galois-Theorie

Maximale partielle Clones

Sheffer-Funktionen und Minimale Überdeckungen

Galois-Theorie

- Relationen
- Bewahren von Relationen
- Relationenalgebren
- (innere) Charakterisierung der Relationen-Unter-Algebren

Anzahl maximaler partieller Clones

k	$ \mathcal{M}_k $	$ p\mathcal{M}_k $	$ p\mathcal{M}_k^C $	$\frac{ p\mathcal{M}_k }{ p\mathcal{M}_k^C \cdot k!}$
2	5	8	7	0.57
3	18	58	26	0.37
4	82	1 102	138	0.33
5	643	325 722	3 287	0.82
6	15 182	5 242 621 816	7 322 017	0.99
7	7 848 984	?	?	> 0.99?
8	549 761 933 169	?	?	> 0.99?

\mathcal{M}_k

Maximale totale Clones

$p\mathcal{M}_k$

Maximale partielle Clones

$|p\mathcal{M}_k^C|$

Anzahl der Relationen-Klassen

Zählen von Clones

- Zählen von Relationen (Galois-Theorie)
- Zusammenfassen von Clones/Relationen zu Klassen
- eindeutige Klassenrepräsentanten finden (“einfach”)
- geschickt Suchbaum verkleinern



Sheffer-Funktion

f Sheffer-Funktion in partieller k -wertiger Logik, wenn aus f alle partiellen Funktionen k -wertiger Logik erzeugbar sind.

Äquivalent:

- f ist in keinem maximalen partiellen Clone enthalten
- f bewahrt nur Relationen, die von allen partiellen Funktionen bewahrt werden