

Lehrbücher als Gegenstand didaktischer Forschungen

1. Vorbemerkungen

Der Lehrbuchmarkt ist angesichts der Fülle und Vielfalt der Angebote recht schwer überschaubar. Es drängt sich die Frage auf, welchen Nutzen dieses breite Spektrum für den einzelnen Schüler und Lehrer hat. Ein Lehrer wird bei seiner täglichen Unterrichtsvorbereitung hauptsächlich ein Buch nutzen und gelegentlich auch in weitere Lehrbücher aus seiner Sammlung sehen können. Es ist ihm aber sicher kaum möglich, mehr als 3 - 4 Bücher parallel zu verwenden, so daß die Mehrzahl der Lehrbuchpublikationen für seine Schüler nicht zur Wirkung kommt.

In den letzten Jahren sind einige neue Lehrbuchreihen erschienen und zahlreiche Lehrpläne überarbeitet worden. Zu diesen Entwicklungen sollten Didaktiker Analysen angefertigen und Stellungnahmen erarbeiten. Damit kann Lehrern und Bildungspolitikern verdeutlicht werden, daß unsere Forschungen eine unverzichtbare Grundlage und notwendigen Bestandteil aller Arbeiten an Lehrplänen und Lehrbüchern darstellen.

Obwohl zahlreiche Didaktiker Autoren oder Herausgeber von Lehrbuchreihen sind, findet man kaum Publikationen zu den Problemen der Erarbeitung von Lehrbüchern. Gleiches gilt für die LP-Entwicklung, die in einem engen Zusammenhang mit einigen generellen Fragen der Anlage der Lehrbücher steht. In der DDR wurde ein bedeutender Teil der didaktischen Forschung für die Entwicklung, Erprobung und Bewährung von Lehrplänen und vor allem Lehrbüchern verwendet, während den theoretischen und methodologischen Grundlagenuntersuchungen oft zu wenig Aufmerksamkeit gewidmet wurde.

Wittman fordert 1991 eine Rückbesinnung auf den „eigentlichen Kernbereich der Mathematikdidaktik, nämlich die Entwicklung und Erforschung inhaltsbezogener theoretischer Konzepte und praktischer Unterrichtsbeispiele mit dem Ziel der Verbesserung des realen Unterrichts“ /1, S. 47/. Dies setzt jedoch eine konstruktive Synthese der Ergebnisse der vorliegenden theoretischen und empirischen Untersuchungen voraus. Es wäre deshalb wünschenswert, wenn nach Abschluß oder als Zwischenergebnis von Forschungsvorhaben die Relevanz der Resultate für die Schulpraxis in einer praktikablen und konstruktiven Weise dargestellt wird. Beispiele für konstruktive Entwicklungsarbeiten sind die Projekte EPAS und LEDIS des IDM in Bielefeld oder das Projekt TELEMA an der Universität Göttingen /2/.

Ein großer Teil der Forschungen zur Lehrbuchproblematik befaßt sich mit den wichtigen Fragen der Gestaltung der Texte und des Einsatzes von Lehrbüchern. In der DDR wurde im Rahmen einer interdisziplinären Forschungsgruppe an der Pädagogischen Hochschule in Köthen eine Reihe von Ergebnissen erzielt /3/. Neben diesen mehr äußeren Fragen der Lehrbuchgestaltung kann die Lehrbuchforschung aber auch Beiträge zur Analyse und Konzipierung von Unterrichtsprozessen liefern. Lehrbücher sind Ergebnis konzeptioneller, fachlicher, didaktischer und methodischer Überlegungen der Autoren und Herausgeber und beziehen die Erfahrungen vieler Lehrer ein. Man sollte sie als bedeutsame Publikationen betrachten, die realisierbare Modelle von Unterrichtsprozessen enthalten und ein Fenster zum realen Unterricht eröffnen. Wie die unterrichtenden Lehrer stehen die Lehrbuchautoren unter dem Zwang, die Komplexität und Vernetzung der Ziele des Mathematikunterrichts zu erfassen und auf Grund der beschränkten Seitenzahl das Kernproblem jeden Unterrichts zu lösen, nämlich die zur Verfügung stehende Zeit optimal zu nutzen.

2. Probleme der Arbeit mit Größen in Schullehrbüchern

Im folgenden sollen einige Potenzen und Grenzen einer solchen Lehrbuchforschung am Beispiel der Behandlung von Größen in Lehrbüchern der Klasse 5 und 6 verdeutlicht werden. Es wurden insgesamt 24 Lehrbuchreihen von 9 verschiedenen Verlagen analysiert. Darunter waren 5 Hauptschul-, 10 Realschul- und 9 Gymnasialbücher. Bis auf zwei ältere Lehrbücher, die zu Vergleichszwecken verwendet wurden, handelt es sich um aktuelle und meist neu entwickelte oder überarbeitete Reihen.

Es zeigten sich u.a. Unterschiede bezüglich folgender Fragen:

- Wie erfolgt die Einordnung des Rechnens mit Dezimalbrüchen, insbesondere das Multiplizieren und Dividieren mit bzw. durch Zehnerpotenzen in Bezug auf die Größen?
- Werden die Größen in einem oder in verschiedenen Stoffgebieten behandelt?
- Wie ist der Bezug der Größen Länge, Flächeninhalt und Rauminhalt zu den geometrischen Stoffgebieten?
- Ist ein Stoffabschnitt zu generellen Fragen des Arbeitens mit Größen vorhanden?
- Wie erfolgt die Bezeichnung der Bestandteile einer Größenangabe?
- Wird die Bezeichnung „Masse“ oder „Gewicht“ bzw. „Geld“ oder „Währung“ verwendet?
- Welche und wieviele Vergleichsgrößen werden angeboten?
- Welche Aufgaben werden zum Schätzen von Größen angeboten? Welche Orientierungen werden zum Schätzen gegeben?
- Wie wird das Umrechnen von Größen behandelt? Welche Orientierungen werden für ein formales Umrechnen gegeben? Wie wird das inhaltliche Arbeiten angeregt?
- Welche Einheiten, insbesondere alte, werden behandelt?
- Wird auf die Bedeutung der Vorsilben eingegangen?
- In welcher Richtung werden die Einheitenketten angegeben? Welche Einheitengleichungen werden aufgenommen?
- Wie allgemein werden die Begriffe Umfang und Flächeninhalt von Figuren behandelt?
- Wie werden die Formeln für Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken bzw. Oberflächeninhalt und Rauminhalt von Quadern behandelt?
- Welche Rolle spielen funktionale Betrachtungen?

Die Zusammenstellung dieser Problemlisten mit den jeweiligen Vorschlägen und Vorgehensweisen in den Lehrbüchern ist ein Resultat der Lehrbuchanalysen, das auf andere Weise kaum so einfach zu finden wäre. Man erhält einen relativ umfassenden Überblick über die durch Schulbuchautoren und damit auch durch Lehrer zu treffenden Entscheidungen und über die, bei Aufnahme in ein Lehrbuch sicher begründbaren und realisierbaren Entscheidungsmöglichkeiten.

Die einzelnen Entscheidungen sind von unterschiedlichem Gewicht und unterschiedlicher Tragweite. Es ergibt sich die Frage, ob es sich um Probleme handelt, die indifferent bzw. klassen- und situationsbedingt sind und demzufolge von den unterrichtenden Lehrern entschieden werden sollten, oder ob durch generelle Überlegungen eine Variante notwendigerweise zu bevorzugen wäre. Dies soll an drei Beispielen untersucht werden.

Zur Einordnung der Größen in die Dezimalbruchrechnung

Zum Verständnis der Kommaschreibweise von Größenangaben und zur Entwicklung des Könnens im Umrechnen von Größenangaben ist die Frage von Bedeutung, ob der Dezimalbruchbegriff und das Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit bzw. das Dividieren durch Zehnerpotenzen zur Verfügung stehen. In 3 Hauptschul-, 7 Realschul- und 6 Gymnasiallehrbüchern findet man sämtliche Größen bereits vor der Einführung der Dezimalbrüche. In 2 Hauptschul- und 2 Gymnasiallehrbüchern werden die Größen Flächeninhalt und Rauminhalt nach den Dezimalbrüchen eingeordnet und in 4 Lehrbüchern wird nach den Dezimalbrüchen unter Nutzung der neuen Kenntnisse die Umwandlung von Größen erneut behandelt. Lediglich in 4 Lehrbüchern, darunter das DDR-Mathematiklehrbuch, erfolgt die Behandlung sämtlicher Größen und ihre Umwandlung nach der Einführung der Dezimalbrüche und des Multiplizierens bzw. Dividierens mit Zehnerpotenzen. In 2 dieser 4 Lehrbücher wird allerdings von den zur Verfügung stehenden Möglichkeiten nicht Gebrauch gemacht. Es handelt sich um Ausgaben traditioneller Lehrbücher für die neuen Bundesländer, bei denen die bisherige Reihenfolge ohne weitere Änderung der Konzeption nur vertauscht wurde.

Die Möglichkeit zu solchen strukturellen Entscheidungen hängt natürlich davon ab, ob die Dezimalbrüche im Lehrplan der Klasse 5 enthalten sind bzw. ob die Klassen 5 und 6 im Lehrplan zusammengefaßt wurden, womit der Zusammenhang von Lehrplan- und Lehrbuchentwicklung deutlich wird. Weiterhin muß eine verzahnte und auf die Klassen 5 und 6 aufgeteilte Behandlung der gebrochenen Zahlen vorgesehen werden. Es wird deutlich, daß sich ein Lehrer kaum gegen eine entsprechende Strukturierung im Lehrbuch für einen anderen Weg ent-

scheiden kann. Die Verantwortung liegt also in diesem Fall bei den Lehrplan- und Lehrbuchautoren, denen durch die didaktische Forschung ein Entscheidungsvorschlag oder zumindest Kriterien für eine Entscheidung geliefert werden sollten. Dazu sind empirische Untersuchungen aber auch Analysen zu den Konsequenzen für langfristige Prozesse erforderlich. Eine wichtige Konsequenz aus der Art der Verbindung von Größen und Dezimalbrüchen ist die Vorgehensweise zur Umrechnung von Größenangaben.

Möglichkeiten zur Umrechnung von Größenangaben

In der Mehrzahl der 20 Lehrbücher, in denen die Dezimalbrüche und das Rechnen mit Ihnen nach allen oder einigen Größen behandelt werden, findet man ein inhaltlich orientiertes Vorgehen auf der Grundlage von gewissen Stellenwertbetrachtungen, wobei verschiedene Einheitentabellen verwendet werden. Eine Entscheidung für eine dieser 6 Tabellenarten ist ohne Untersuchungen in der Schule kaum möglich, wobei durchaus sich herausstellen kann, daß es relativ belanglos ist, welche Tabellenform man verwendet.

Eine zweite mögliche Vorgehensweise basiert in einer mehr formal orientierten Art auf der Multiplikation bzw. Division mit der betreffenden Umrechnungszahl, die sich aus der Einheitenkette ergibt. Dieses nur in zwei Lehrbüchern zu findende Verfahren kann in einer etwas weiterentwickelten Form, die auch die Größenvorstellungen der Schüler einbezieht, durch folgende Handlungsfolge in verbaler Repräsentation beschrieben werden (vgl. /5/):

1. Ich stelle mir die Einheiten vor und überlege, welche die größere und welche die kleinere Einheit ist.
2. Ich bestimme die Rechenoperation nach folgenden Regeln:
 - Bei der Umrechnung von einer größeren in eine kleinere Einheit wird der Zahlenwert größer und ich muß multiplizieren.
 - Bei der Umrechnung von einer kleineren in eine größere Einheit wird der Zahlenwert kleiner und ich muß dividieren.
3. Ich bestimme die Umrechnungszahl aus der Einheitenkette.
4. Ich rechne.
5. Ich vergleiche grob die Größe des Ergebnisses mit dem Ausgangswert.

Die Art der Vermittlung dieser Orientierung, die Aneignung der Teilhandlungen über Aufgabenfolgen, ihre Integration zu einer komplexen Handlung im Laufe der Behandlung der Größen u.a. Fragen der Unterrichtsgestaltung können und sollten durch den unterrichtenden Lehrer geplant werden.

Die Entscheidung für eines der beiden Verfahren ist aber ein Problem, das im Rahmen didaktischer Forschungen untersucht und aufbereitet werden sollte. Die Ergebnisse von Klika /4/ deuten darauf hin, daß auf der Verständigungsebene der „Sortentrennschreibweise“ bei vielen Schülern fehlerhafte Lösungsstrategien entstehen. So gaben etwa 90 % der befragten Schüler an, daß 3,7 m gleich 3 m und 7 cm ist. Die Verwendung der gemischten Schreibweise mit zwei Einheiten, die in der Praxis kaum vorkommt, ist in Lehrbüchern, die auf Variante 1 basieren, häufig anzutreffen. Weitere Nachteile dieses Vorgehens sind die schwerfällige Tabellenschreibweise, insbesondere bei Flächen- und Rauminhalten, die Bewältigung der „Lücken“ bei den Längeneinheiten und die kaum zu realisierende Fortsetzbarkeit nach der Beherrschung des Rechnen mit Dezimalbrüchen. Andererseits vermittelt diese Vorgehensweise gute Vorstellungen von der Bedeutung der Nachkommastellen bei Größenangaben, knüpft an die Betrachtungen in der Grundschule an und ist bei einigen häufig gebrauchten Größenangaben wie etwa DM-Pf- oder m-cm-Angaben naheliegend und effektiv. Es ist also durchaus denkbar, ein „gemischtes“ Vorgehen zu untersuchen, bei dem die Stellenwertbetrachtungen ihre Bedeutung für das Lesen und Interpretieren von Nachkommastellen behalten und ein Umrechnung unter Verwendung der zweiten Variante mit Ausnahme der genannten beiden speziellen Größenangaben erfolgt. Im Rahmen eines solchen flexiblen Vorgehens wäre auch eine Beibehaltung von Sprechweisen der Umgangssprache, wie „drei Meter zwanzig“ für 3,20 m denkbar.

Zur visuellen Repräsentation von Vergleichsgrößen

Eine Analyse der in den Lehrbüchern enthaltenen Angaben zu Vergleichsgrößen, die durch eine Abbildung unterstützt werden, ergab eine große Fülle unterschiedlicher Vorschläge, die eine gute Grundlage für die Suche nach geeigneten Vergleichen bilden. Vergleicht man aber die Häufigkeit der Angabe von Vergleichsgrößen in den 24 Lehrbüchern, zeigen sich kaum erklärbare Unterschiede und Defizite (vgl. Tabelle). Während bei den Größen Masse und Länge noch auf die Vorleistungen der Grundschule verwiesen werden könnte, trifft dies für die Größen Flächen- und Rauminhalt nicht zu.

Häufigkeit	Masse	Länge	Flächeninhalt	Rauminhalt
0	11	12	10	17
1 - 4	9	8	11	5
5 - 8	2	2	3	2
> 8	2	2	0	0

Für einen Lehrer ist es durchaus möglich, sich selbst geeignete Vergleichsgrößen zu überlegen, es ist aber fraglich, ob er in der knappen Zeit der Stundenvorbereitung hinreichend viele passende Objekte findet. Außerdem können entsprechende Abbildungen in Lehrbüchern die Aneignung der Größenvorstellungen unterstützen.

Es liegt jedoch die Vermutung nahe, daß bei den Lehrbuchautoren und damit sicher auch bei vielen Lehrern die Bedeutung von Vergleichsgrößen für die Entwicklung von Größenvorstellungen (vgl. /5/) nicht hinreichend beachtet wird. Dieses Ergebnis einer kritischen Lehrbuchanalyse sollte dazu anregen, vorliegende Untersuchungen konstruktiv auszuwerten bzw. weitere zielgerichtete Untersuchungen durchzuführen. Es müßten u.a. folgende Fragen, die eine notwendige Grundlage für die Arbeit von Lehrbuchautoren und Lehrern darstellen, im Rahmen didaktischer Forschungen beantwortet werden.

- Zu welchen ausgewählten Einheiten, Teilen oder Vielfachen von Einheiten sollten Größenvorstellungen ausgebildet werden?
- Welche Vergleichsgrößen sind aufgrund ihrer guten Wahrnehmbarkeit, Zugänglichkeit und Vertrautheit besonders geeignet?
- Wie sollte der Prozeß der Aneignung von Vergleichsgrößen gestaltet werden? Welche Rolle kommt dabei der Anschauung zu? Wie viele Angebote von Vergleichsgrößen zu einer Einheit sollten gemacht werden? In welche Stufen bzw. Zyklen sollte der Prozeß im Laufe der Schulzeit zerlegt werden? Wieviel Zeit ist in den einzelnen Stufen erforderlich, um das angestrebte Niveau zu erreichen?
- Welche Aufgabentypen sind für diese Entwicklung besonders geeignet?
- Wie kann der Entwicklungsstand der Ausbildung von Größenvorstellungen im laufenden Unterricht günstig überprüft werden?

Literatur

- [1] Wittman, E. Ch.: Die weitere Entwicklung des Mathematikunterrichts in der Grundschule - was muß sich bewegen? In: Beiträge zum Math. Bad Salzdetfurth: Franzbecker 1991, S. 41-48
- [2] Zech, F.; Wellenreuther, M.: Konstruktive Entwicklungsforschung. eine zentrale Aufgabe der Mathematikdidaktik. In: J. Math.-Didakt. 13(1992) 2/3. S. 141-198
- [3] Jungk, W.: Mit dem Mathematikbuch lernen - muß das gelehrt werden? In: Beiträge zum Mathematikunterricht. Bad Salzdetfurth: Franzbecker 1992, S. 223 - 226
- [4] Klika, M.: „0,5 m sind doch 5 cm, oder? - Untersuchungen zum Verständnis der Dezimalschreibweise bei Größen“. In: Beiträge zum Math. Bad Salzdetfurth: Franzbecker 1994, S. 195-198
- [5] Frenzel, L.; Grund, K.-H.: Entwickeln von Größenvorstellungen im Mathematikunterricht. In: Math. Sch. 27(1989)6. S. 396 - 406