

## Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens (RVV)

1. Schülerleistungen
2. Darstellenden Geometrie und RVV im MU
3. Fachliche und begriffliche Probleme
4. Ergebnisse der Psychologie
5. Vorstellen und Bearbeiten von Aufgabentypen

## Vergleichsarbeit MV 2000, Klasse 7

Es ist hier dreimal derselbe Würfel abgebildet.  
Auf den Flächen des Würfels befinden sich die Buchstaben **A, B, C, D, E, und F**.



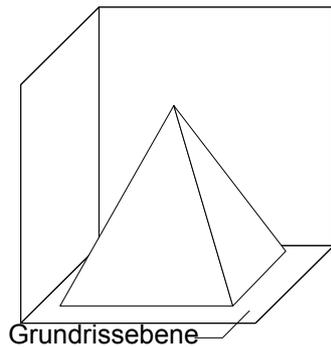
Welcher Buchstabe befindet sich auf der Fläche, die der Fläche mit dem Buchstaben **E** gegenüber liegt?

Lösung: C, RSB: 53 %, HSB: 23 %, Sch.: 11% - 81%

## Vergleichsarbeit MV 2002, Klasse 9, Aufgabe 8

Vervollständigen Sie die Grundrisse der im Schrägbild gezeichneten Körper.

- a) Pyramide mit quadratischer Grundfläche



Grundriss

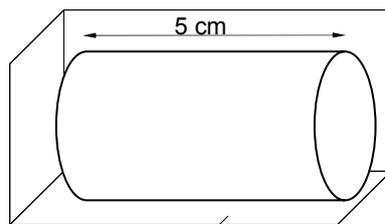


Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

3

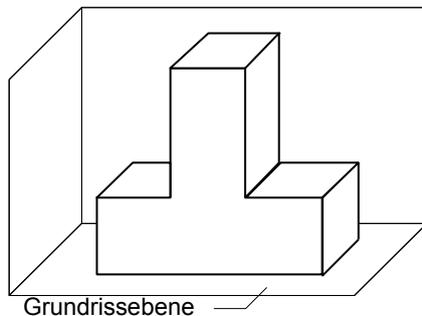
- b) Kreiszyylinder



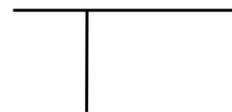
Grundriss



- c) Grundrissebene



Grundriss



Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

4

## Ergebnisse in Bildungsgängen

### Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen (in %):

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 8a (Pyramide)	50	47	38	47
Aufgabe 8b (Zylinder)	83	74	60	75
Aufgabe 8c (Prisma)	60	56	39	55
Anzahl der Schüler	847	1.245	406	2.498

Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

5

## Ergebnisse der Schulen

### Schulergenergebnisse (in %):

	H/R-Schulen			Gesamtschulen			Gymnasien		
	Min	Med	Max	Min	Med	Max	Min	Med	Max
8a	17	44	88	36	42	54	27	57	67
8b	51	69	100	59	69	86	49	88	94
8c	31	58	100	34	51	62	31	60	69
n	25			9			5		

Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

6

## **Darstellende Geometrie und RVV im Mathematikunterricht**

- Felix Klein (1849 – 1925): Erlanger Programm 1872:  
Aufnahme der Darstellende Geometrie in die Ausbildung von Mathematiklehrern
- DDR: vielfältige Aufgaben zum RVV in Unterstufe, systematischer Aufbau der DG als (isoliertes) Thema in Kl. 7, z. T. Kl. 9
- BRD: kaum Aufgaben zum RVV in der Primarstufe, keine explizite DG in der Sek. I, Körperdarstellung meist in Kl. 9/10

## **Bildungsstandards zum RVV**

- **Primarbereich (Raum und Form):**
  - sich im Raum orientieren
  - über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen
  - räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen
  - zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)
- **Mittlerer und Hauptschulabschluss**
  - operieren gedanklich mit Strecken, Flächen und Körpern,
  - stellen Körper (z. B. als Netz, Schrägbild oder Modell) dar und erkennen Körper aus ihren entsprechenden Darstellungen

## Bedeutung des Raumvorstellungsvermögens

- Erforderlich für viele Anforderungen im Alltag (z. B. Landkarten, Stadtpläne, Bauanleitungen lesen, rechts und links unterscheiden)
- Einstellungsvoraussetzung in vielen Berufen
- Voraussetzung für Erfolg in vielen Schulfächern (z. B. im Mathematikunterricht für Veranschaulichung von Brüchen und Termen, Lesen von Diagrammen, Vorstellungen zu Rechenverfahren und Rechenoperationen,
- Störung des RVV ist eine Hauptursache (bei ca. 80 %) für die Rechenschwäche

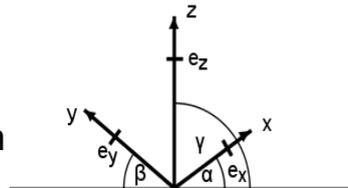
Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

9

## Projektion und Axonometrie

- Projektion (Mathematik): Abbildung von Körpern in eine Ebene
- Projektionsarten und Bezeichnung der Bilder:
  - Zentralprojektion: perspektivisches Bild
  - Schräge Parallelprojektion: Schrägbild
  - Senkrechte Parallelprojektion: Riss, Normalbild
- Axonometrie (Technik): normierte Vorschrift zur Darstellung eines räumlichen „Dreibeins“



Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

10

## Arten der axonometrischen Projektion

	$e_x : e_y : e_z$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Isometrie	1 : 1 : 1	30°	30°	90°
Dimetrie	0,5 : 1 : 1	42°	7°	90°
Kabinett-Projektion	0,5 : 1 : 1	45°	0°	90°
Kavalier-Projektion	1 : 1 : 1	45°	0°	90°

Satz von Pohlke: Zu jeder beliebigen axonometrischen Darstellung eines Körpers lässt sich eine Parallelprojektion bestimmen, deren Bild mit der Darstellung übereinstimmt.

K. W. Pohlke, 1810 – 1876, Prof. für Darst. Geometrie

Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

11

## Begriffliche Probleme

- Schrägbild, Kavalierperspektive oder Kabinett-Projektion ?  
*Vorschlag:* „räumliche Darstellung“ (ermöglicht eine räumliche Vorstellung, meist alle Kanten enthalten, Tiefenkanten schräg und verkürzt)
- Normalbild, Zweitafelbild, Grundriss, Aufriss, oder Ansicht?  
*Vorschlag:* Ansichten (jede Blickrichtung möglichst senkrecht zu einer Begrenzungsfläche, Kanten oft verdeckt)  
Ansicht von oben (Grundriss)  
Ansicht von vorne (Aufriss)

Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

12

## Schrägbilder auf kariertem Papier

### Methoden für die Darstellung von Tiefenlinien:

(KL: Kästchenlänge)

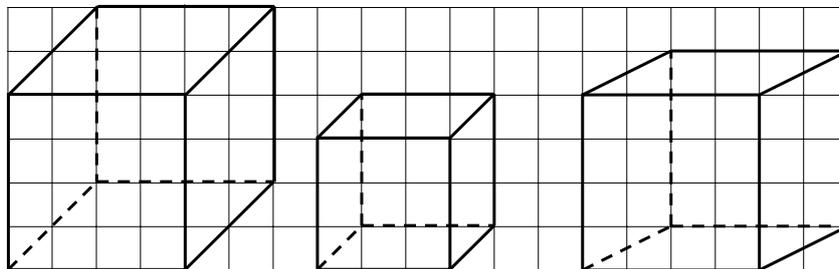
- Streckenlängen in Tiefenrichtung von 2, 4, ... KL:  
ein Kästchen nach rechts und eins nach oben  
( $\alpha = 45^\circ$ ,  $q = 0,71$ )
- Streckenlängen in Tiefenrichtung von 3, 6, ... KL:  
ein Kästchen nach rechts und eins nach oben  
( $\alpha = 45^\circ$ ,  $q = 0,47$ )
- Streckenlängen in Tiefenrichtung von 4, 8, ... KL:  
zwei Kästchen nach rechts und eins nach oben  
( $\alpha = 26,6^\circ$ ,  $q = 0,56$ )

## Vergleich der Darstellungsmethoden von Schrägbildern

Methode 2 KL

Methode 3 KL

Methode 4 KL



## Ergebnisse der Psychologie

- **Raumwahrnehmungsvermögen:**  
Fähigkeit, über Sinnesorgane wahrgenommene Raumempfindungen mit dem Ziel zu verarbeiten, solche Raumwahrnehmungsbilder zu produzieren, die der Realität entsprechen
- **Raumvorstellungsvermögen:**  
Fähigkeit, räumliche Eigenschaften und ihre Beziehungen von früher wahrgenommenen Gegenständen zu reproduzieren, mit ihnen geistig operieren zu können sowie Abbilder noch nicht wahrgenommener Gegenstände produzieren zu können

## Ergebnisse der Psychologie

- Das Raumvorstellungsvermögen entwickelt sich besonders zwischen dem 7. und 14. Lebensjahr. 
- Der Einfluss erblicher Faktoren ist größer als bei anderen Fähigkeiten.
- Befähigte Schüler lösen oft Aufgaben ohne räumliches Vorstellen auf logisch-analytischem Wege.
- Bei leistungsschwächeren Schülern können Mängel in den verbal-logischen Fähigkeiten durch die Förderung des Raumvorstellungsvermögens kompensiert werden.
- Es gibt viele Theorien zu den Faktoren des RVV.

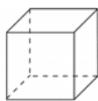
## In der Psychologie ermittelte Faktoren des Raumvorstellungsvermögens

- Räumliche Wahrnehmung
- Veranschaulichung oder räumliche Visualisierung
- Räumliche Verschiebungen und Faltungen
- Vorstellungsfähigkeit von Rotationen
- Räumliche Beziehungen
- Räumliche Orientierung

Quelle: Maier, Peter H.: Räumliches Vorstellungsvermögen, Donauwörth : Auer Verlag, 1999

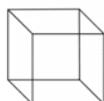
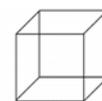
## Lesen und Zeichnen von räumlichen Darstellungen (Schrägbilder)

Zeichne in den Würfeldarstellungen entsprechend der angegebenen Blickrichtung die sichtbaren Kanten mit durchgehenden Linien und unsichtbare Kanten mit gestrichelten Linien nach.



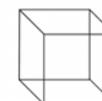
Würfel von oben rechts betrachtet

a) Würfel von links unten betrachtet



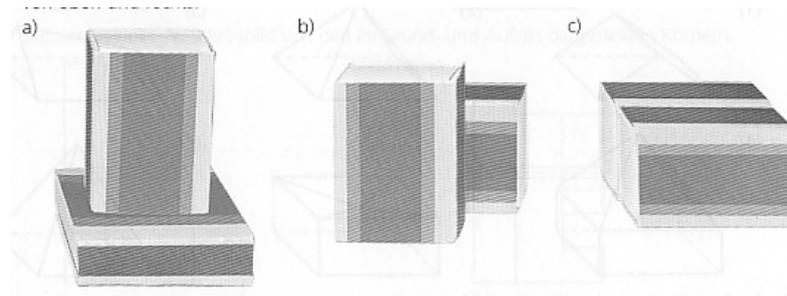
b) Würfel von rechts unten betrachtet

c) Würfel von links oben betrachtet



## Lesen und Zeichnen von Ansichten

Zwei gleich große Schachteln sind wie folgt aufgestellt worden. Skizziere jeweils die Ansicht von vorn, von oben und von rechts.



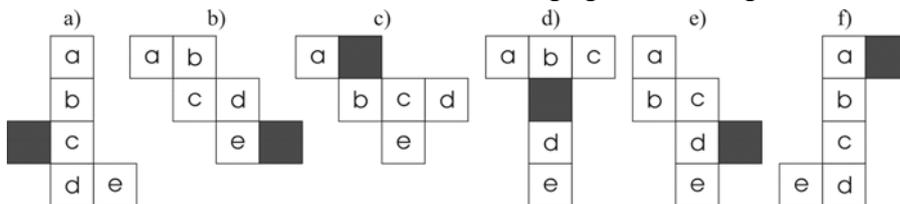
Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

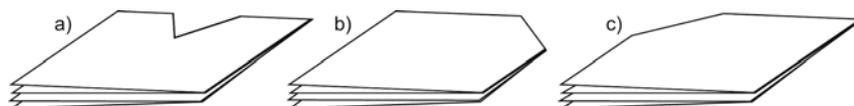
19

## Körpernetze und Papierfaltungen

Gib die Fläche an, die nach dem Zusammenfallen des Würfelnetzes der markierten Fläche gegenüber liegt.



Ein quadratischer Papierbogen wurde zweimal gefaltet, danach wurde ein Dreieck ausgeschnitten. Skizziere den Bogen, nachdem er wieder aufgeklappt wurde.



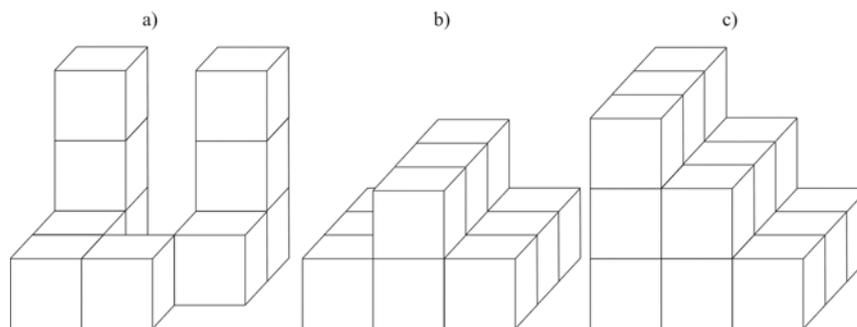
Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

20

## Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern

Wie viele kleine Würfel brauchst du mindestens, um das Würfelbauwerk zu einem großen Würfel zu ergänzen?



Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

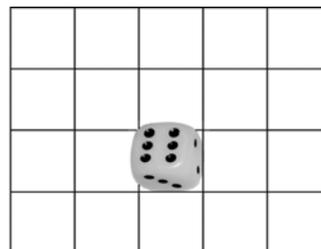
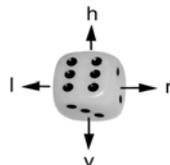
21

## Vorstellen von Rotationen

Kippe einen Würfel in Gedanken auf dem dargestellten Feld, so wie angegeben. Gib an, welche Augenzahl dann oben liegt.

h: nach hinten      v: nach vorn  
l: nach links      r: nach rechts

- a)    h      h
- b)    l      h
- c)    l      l
- d)    r      r
- e)    r      h
- f)    v      l



Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

22

# Räumliche Orientierung

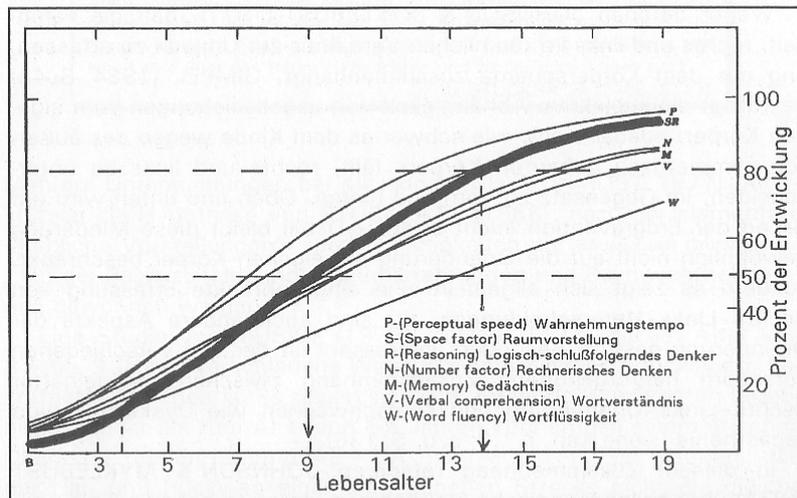
Matthis ist in der Stadt unterwegs und sieht das linke Bild. Gib die Koordinaten seines Standortes auf dem rechten Bild an.



Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

23



Dia. 1: Geschätzte Kurven für die Entwicklung der THURSTONEschen Primärfähigkeiten nach BLOOM  
In: BLOOM (1971, S. 99), (Eintrag von gestrichelten Hilfslinien: P. H. MAIER)



Rostock, 05.02.2007

Prof. Dr. H.-D. Sill, Universität Rostock

24