


Universität Rostock  Traditio et Innovatio

Polyvalente Aufgaben

Prof. Dr. Hans-Dieter Sill



06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK

Universität Rostock  Traditio et Innovatio

Gliederung

1. Entwicklung der Ideen und Produkte
 - a) Ausgangspunkt: Mathematikunterricht in Japan
 - b) Lehrerfortbildung und Entwicklungsforschung
2. Zu den Begriffen „Aufgabe“, „Problem“ und „offene Aufgabe“
3. Zum Begriff „polyvalente Aufgabe“
4. Funktionen polyvalenter Aufgaben
5. Typen polyvalenter Aufgaben
6. Zum Einsatz polyvalenter Aufgaben

Internetadressen für Literatur und Dateien zum Vortrag:
www.mathe-mv.de
http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publikationen/Vo_LFB.html

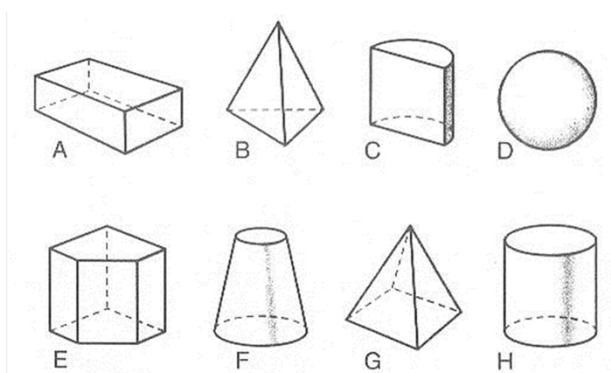
06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK

1. Entwicklung der Ideen a) Ausgangspunkt

- Quelle: *The open-ended approach: a new proposal for teaching mathematics*/edited by Jerry P. Becker, Shigeru Shimada. – National Council of Teachers of Mathematics, Reston, 1977
Bezeichnung der Aufgaben: Probleme mit „multiple correct answers“
- Ziele der Entwicklung dieser Aufgaben:
 - Die Aufgaben erfordern einen hohen Grad an geistiger Beweglichkeit. Die Aufgaben sind z.T. in ihrer Art und Struktur an entsprechende Aufgaben in psychologischen Intelligenztests angelehnt.
 - Die Aufgaben ermöglichen eine Vielzahl unterschiedlicher Lösungen.
 - Es sind Lösungen auf verschiedenen Abstraktions- bzw. Anforderungsstufen möglich, die aber alle als vollwertige Lösungen anerkannt werden können.
 - Die Art und Anzahl der durch den Schüler gefundenen Lösungen ermöglichen eine Bewertung ihrer mathematischen und Denkleistungen.
 - Bsp. aus einer Arbeitsübersetzung (s. www.mathe-mv):

Aufgabe aus Becker & Shimada, 1977

In der Abbildung sind verschiedene Körper dargestellt. Wähle jene Körper aus, die mit dem Körper B gemeinsame Eigenschaften haben und schreibe diese Eigenschaften auf.




**Ergebnisse einer Erprobung
der Aufgabe**

- 6. Klasse mit 38 Schülern in der 14. und letzten Stunde einer Unterrichtseinheit zu Körpern als Zusammenfassung; Die Stunde dauerte 54 Minuten.

Nr.	Inhalt der erwarteten Schülerantworten
1	Form der Begrenzungsflächen
2	Anzahl der Ecken, Kanten, Flächen und Beziehungen zwischen ihnen
3	parallele oder senkrechte Beziehungen zwischen Kanten und Flächen
4	Form einer Projektion (Draufsicht, Vorderansicht, Seitenansicht)
5	Form einer Schnittfläche (Schnitt parallel, senkrecht oder schräg zur Grundfläche)
6	Form der Abwicklung des Körpers
7	Entstehung durch Bewegen einer ebenen Figur (Drehung oder Verschiebung)
8	Volumen, Oberflächeninhalt
9	Andere (Winkel zwischen Seiten und Grundfläche, ebene oder gekrümmte Flächen bzw. Kanten, Querschnitt stets gleich oder kleiner werdend)

Nr. der Antwortgruppe	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Anzahl der Schüler mit entsprechenden Antworten	7	36	7	20	18	0	16	1	27
Anzahl richtiger Antworten	7	77	9	28	26	0	17	1	37


**1. Entwicklung der Ideen
b) LFB, Entwicklungsforschung**

- Interesse der Fachberater geweckt, gemeinsame Broschüre entwickelt: Hellmig, u. a.: Zur Arbeit mit offenen Aufgaben im Mathematikunterricht der Klasse 5, Schwerin 2006, Hrsg.: LISA MV
- Idee der Implementation durch Lehrerfortbildung im Blended-Learning-Design, nach Studienaufenthalt des Koll. Hellmig in Kanada entstanden
- seit 2006 einjährige Lehrerfortbildung, seit 2008 Bezeichnung UPOLA (Unterrichten mit **P**olyvalenten **A**ufgaben), Moderatoren-Tandem, Plattform moodle, als Kurs von „Mathematik-anders-machen“ der Telekom-Stiftung
- Entwicklung des Kurses als konstruktive Entwicklungsforschung nach Wellenreuther 2000 und Evaluation mit Stufenmodell von Guskey 2000 
- 3. Auflage der Broschüre 2010: Aufgaben und Hinweise zum Einsatz der Aufgaben oft geändert und wesentlich angereichert
- Hellmig, L.: Gestaltung und Evaluation einer Mathematiklehrer-Fortbildung zu polyvalenten Aufgaben, Münster, 2012
- bisher ca. 250 Lehrer fortgebildet, viele Erfahrungsberichte: www.mathe-mv.de



1. Entwicklung der Ideen b) LFB, Entwicklungsforschung

- Zitate von Kursteilnehmerinnen :

„Polyvalente Aufgaben wecken in den Schülern und auch bei mir viele neue Ideen. Sie regen dazu an, freiwillig mal etwas mehr und gründlicher zu überlegen, eigene Wege zu beschreiten und ermöglichen Schülern, beim Vergleichen viel Lob zu erhalten.“

„Polyvalente Aufgaben machen Schülern Spaß, weil ihre Bearbeitung für jeden zum Erfolg führt. Sie regen zum Denken an, fördern die Kreativität. Schüler suchen nach vielen Lösungen und lassen ihrer Phantasie freien Lauf.“

„Auch leistungsschwache Schüler verließen den Unterricht mit einem Lächeln im Gesicht. Ich hätte nicht gedacht, dass diese Aufgabe so gut bei den Schülern ankommt.“

- Beispiel: „Skalenaufgabe“

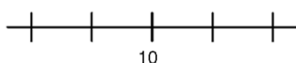


Skalenaufgabe, 1. Fassung 2007

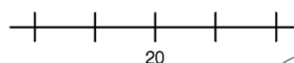
Aufgabe 2

Beschrifte die übrigen vier Markierungen der Skalen. Finde verschiedene Möglichkeiten.

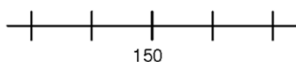
a)



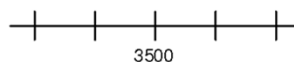
b)



c)



d)



Das *Ziel* dieser Aufgabe ist die Entwicklung von Fertigkeiten im Ablesen von Skalen. Die Aufgabe ist eine Umkehraufgabe der Standardaufgabe im Ablesen von Werten aus beschrifteten Skalen.

Hinweise zu möglichen Schülerantworten

Mögliche Abstände zweier benachbarter Skalenwerte:



a) 1; 2; 5; 10 b) 1; 2; 5; 10; 20 c) 1; 2; 5; 10; 20; 50 d) 1; 2; 5; 10; 20; 50; 100; 500

Die Diskussion der Schülerantworten sollte getrennt nach Teilaufgaben erfolgen. Es ist nicht nötig, alle Teilaufgaben zu bearbeiten. Die unterschiedliche Qualität der Antworten zeigt sich in der Anzahl der gefundenen Möglichkeiten, in der Verwendung von negativen Zahlen (analog zur Thermometerskala) und in Überlegungen zur maximalen Zahl der Möglichkeiten.

Zeit für selbstständige Schülerarbeit: 10 Minuten für eine Teilaufgabe

- aus Erfahrungsberichten:
 - Im Anschluss an die Arbeitsphase haben die Schüler nacheinander ihre Lösungsvorschläge an die Tafel geschrieben, wobei ich darauf geachtet habe, dass zunächst Schüler an die Tafel kamen, die nur eine oder zwei Lösungen gefunden haben.
 - Nachdem zwei Lösungen zu sehen waren, sprudelten die Ideen plötzlich bei fast allen Kindern auch bei den schwächeren.
 - Schülerantworten bei a) in einer Klasse mit 21 Schülern

Abstand zweier Werte	1	2	3	4	5	7	10	20	30	40
Anzahl der Schüler	10	8	5	4	21	1	8	4	2	1

- auch folgende Antworten bei a) 0 5 10 5 0 sowie -10 0 10 20 30
- Was sind zutreffende Schülerantworten? 
- Formulierung der Aufgabe sowie Empfehlungen in der 3.Auflage: 

- Aufgabe und Problem als Nebenbegriffe:
 - „Wie üblich verstehen wir unter einem *Problem* eine geistige Anforderungen für ein Individuum, bei der ein *Anfangszustand A* vermöge einer gewissen *Transformation T* in einen erwünschten *Zielzustand Z* zu überführen ist, wobei eine gewisse *Barriere* dies vorerst verhindert. Gibt es keine Barriere, ... so spricht man von einer *Aufgabe*.“ (Wiegand; Blum, 1999, S. 590)
- Aufgabe als Oberbegriff :
 - „Eine Aufgabe ist eine Aufforderung zum Lernhandeln“ (Bruder, 2011, S. 12)
 - „Eine subjektiv schwierige ... Aufgabe wird als Problemaufgabe oder kurz als **Problem** bezeichnet“ (Bruder 2008, S. 20)
- Auffassungen zum Begriff „offene Aufgabe“
 - Das Gros aller Mathematikaufgaben, die man in Schulbüchern ... findet, sind keine offenen Aufgaben.“ (Leuders, 2001, S.111)
 - „Jede Schulbuchaufgabe kann ohne Abänderung des Textes als offene Aufgabe verstanden ... werden.“ (Dockhorn, 2000, S. 59)

2. Zu den Begriffen Aufgabe, Problem und offene Aufgabe

- Vorschläge zur Begriffsbildung:
 - Eine **mathematische Schüleraufgabe** ist eine mündliche oder schriftliche Aufforderung an Schüler zum Ausführen von Handlungen, die mathematisches Wissen und Können erfordern.
 - Eine Aufgabe ist ein **Problem für einen Schüler**, wenn ihm die Lösungsschritte nicht unmittelbar bewusst sind. ("Schüler" wird dabei als Synonym für "Lernender" verstanden.)
 - Eine Aufgabe heißt **offen für einen Schüler**, wenn
 - für ihn die Ausgangsbedingungen nicht vollständig sind,
 - für ihn mehrere Lösungswege möglich sind oder
 - er zu mehreren Ergebnissen kommen kann.
 - Eine Aufgabe heißt **geschlossen für einen Schüler**, wenn für ihn
 - die Ausgangsbedingungen vollständig und die Fragestellung eindeutig sind sowie
 - nur ein Lösungsweg und nur ein Ergebnis möglich sind.

3. Zum Begriff „polyvalente Aufgabe“

- Eine Aufgabe heißt **polyvalent für eine Gruppe von Schülern**, wenn sie folgende Merkmale besitzt:
 1. Jeder der Schüler findet mit hoher Wahrscheinlichkeit eine zutreffende Antwort.
 2. Die Aufgabe ermöglicht Schülerantworten unterschiedlicher Qualität.
- Das höhere Niveau einer Antwort kann sich zeigen
 - in der Anzahl der gefundenen Antworten,
 - in dem höheren Anspruchsniveau einer gefundenen Antwort,
 - in der Suche nach Spezialfällen und Strukturen (Fallunterscheidungen, Muster) oder
 - in dem Streben nach Verallgemeinerungen von gefundenen Antworten.

I. Funktionen in Bezug auf die Schülerinnen und Schüler

Beitrag zur

1. **Entwicklung des mathematischen Wissens und Könnens:**
wesentliche Beiträge zu *zentralen* mathematischen Kenntnissen, Einstellungen, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die die Lernenden sicher beherrschen sollen (Sicheres Wissen und Können)
2. **Entwicklung allgemeiner geistiger Fähigkeiten:**
Entwicklung der geistigen Beweglichkeit
3. **Entwicklung der Einstellungen zum Mathematikunterricht:**
Herausbildung bzw. Festigung einer positiven Einstellung zum Mathematikunterricht durch Erfolgserlebnisse bei der selbstständigen Lösung von Aufgaben
4. **Herausbildung von Einstellungen zur Mathematik:**
Herausbildung bzw. Festigung der Erkenntnis, dass es in der Mathematik für eine Aufgabe mehrere mögliche zutreffende Antworten geben kann

II. Funktionen in Bezug auf die Lehrerinnen und Lehrer bzw. den Unterricht:

Beitrag zur

1. **Entwicklung des pädagogische Könnens:**
Entwicklung der Fähigkeit und Bereitschaft zur Zurücknahme beim Stellen von Aufgaben und der Präsentation von Ergebnissen durch die Schüler
2. **Festigung mathematischen Wissens und Könnens:**
Festigung und Erweiterung des mathematischen Wissens und Könnens zum Schulstoff durch Zusammenstellung der möglichen Schülerantworten
3. **Entwicklung des Zusammenwirkens der Mathematiklehrkräfte einer Schule:**
Anregung zur Diskussion der möglichen Schülerantworten sowie der methodischen Gestaltung der Stunde in der Fachschaft
4. **Differenzierten Gestaltung des Unterrichts:**
implizite Differenzierung bei gleicher Aufgabenstellung durch Anregung aller Schüler zur geistigen Aktivität auf verschiedenen Abstraktionsstufen



5. Typen polyvalenter Aufgaben

1. **Aufgaben zur Erarbeitung und Festigung von grundlegenden Begriffen**
 - a) Vergleichen von vorgegebenen Objekten bzw. Begriffen, Feststellen von Gemeinsamkeiten und Unterschieden, Bsp. Kl. 5/6, Bsp. Kl. 8/9
 - b) Vergleichen der Bedeutungen eines Wortes innerhalb und außerhalb der Mathematik, Bsp.
 - c) Gegenständliche Tätigkeiten zur Realisierung eines prototypischen Beispiels, Bsp.
 - d) Erkennen eines mathematischen Begriffs in gegebenen außermathematischen Objekten oder Sachverhalten
 - e) Realisieren von Beispielen ohne oder mit unterbestimmten Bedingungen
2. **Aufgaben zur Aneignung sicherer Fertigkeiten**
 - a) Lösen von Umkehraufgaben, Bsp.
 - b) Suchen nach Begründungen für prototypische Aufgaben
 - c) Selbstbilden von Aufgaben
 - d) Lösen prototypische Aufgaben mit verschiedenen Lösungswegen

5. Typen polyvalenter Aufgaben

3. **Aufgaben zur Festigung von Sätzen**
Erkennen von Zusammenhängen in gegebenen Konfigurationen
4. **Aufgaben zur Ausbildung grundlegender Fähigkeiten im Lösen von Problemen**
 - a) Formulieren von Fragen zu gegebenem Sachverhalten bzw. Daten
 - b) Vergleichen von realen Sachverhalten mit ihren mathematischen Modellen
 - c) Erfinden von Kontexten zu gegebenen mathematischen Modellen
 - d) Näherungsweise Bestimmung realer Größen
 - e) Sachaufgaben mit unvollständigen Informationen
 - f) Sachaufgaben mit zahlreichen sinnvollen Lösungen
 - g) Aufgaben zum Planen statistischer Erhebungen

weitere Beispiele, geordnet nach Bestandteilen des Wissens und Könnens 


Universität Rostock  Traditio et Innovatio

6. Zum Einsatz der Aufgaben

1. **Generelle Probleme**

Was ist das zentrale Ziel des Einsatzes einer polyvalenten Aufgabe?

P1: Es soll ein möglichst großer Lerneffekt erreicht werden.

P2: Die Schüler sollen möglichst viel Freude beim Lösen der Aufgaben haben.
2. **Probleme der Formulierung und des Stellens der Aufgabe**
 - a) **Wie können die Schüler zum Finden möglichst vieler Antworten angeregt werden?**



P1: In der Aufgabenstellung (schriftlich oder mündlich) werden die Schüler dazu aufgefordert, möglichst viele Lösungen zu finden.

P2: Es erfolgen keine expliziten Hinweise auf möglichst viele Lösungen.
 - b) **Wie sollte das Stellen der Aufgabe durch den Lehrer erfolgen?**

P1: Der Lehrer gibt zu Beginn Hinweise zu der Aufgabe bzw. beantwortet auftretende Fragen der Schüler.

P2: Der Lehrer gibt keinerlei Hinweise und beantwortet auch keine Fragen.

06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 19


Universität Rostock  Traditio et Innovatio

6. Zum Einsatz der Aufgaben

3. **Probleme der Präsentation und Auswertung der Schülerantworten**
 - a) **Wie viel Zeit sollte für die Präsentation geplant werden, das heißt wie viele Schüler sollten ihre Antworten präsentieren können?**

P1: Es sollte nur wenige Schüler rangenommen werden.

P2: Es sollte möglichst alle zu Wort kommen.
 - b) **Welche Schüler sollten als erste rangenommen werden?**



P1: Zuerst sollten zurückhaltende oder leistungsschwächere Schüler ihre Antworten präsentieren können.

P2: Man sollte zuerst die mitteilungsbedürftigen oder leistungsstärkeren Schüler rannehmen.
 - c) **Wie weit sollte der Lehrer die Präsentation steuern?**

P1: Der Lehrer sollte möglichst nicht in die Präsentation eingreifen.

P2: Der Lehrer sollte eine Steuerung der Präsentation vornehmen.

06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 20


Universität Rostock  Traditio et Innovatio

6. Zum Einsatz der Aufgaben

d) **Inwieweit soll auf ausgefallene Ideen und abschweifende Bemerkungen einzelner Schüler eingegangen werden?**


P1: Darauf sollte möglichst nicht oder nur kurz eingegangen werden.

P2: Man sollte die Schüler durchaus reden lassen, um so Dinge zu erfahren, die man sonst als Mathematiklehrer nicht erfahren würde.



e) **Sollten alle möglichen Antworten zusammengetragen und eventuell fehlende vom Lehrer ergänzt werden?**

P1: Es sollten in der Regel nur die Antworten präsentiert werden, die auch von den Schülern kommen. Eine Zusammenfassung ist nicht erforderlich.

P2: Die Lehrkraft sollte alle möglichen Antworten zusammenstellen lassen bzw. selber noch fehlende ergänzen und eine Zusammenfassung vornehmen.

Mehrheitliche Erfahrungen und Hinweise auf Stolpersteine der bisherigen Kursteilnehmer 



06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 21


Universität Rostock  Traditio et Innovatio

Empfehlungen und Warnungen der Kursteilnehmer

Bewährt hat sich ...	Kritisch kann sein ...
bei der Planung <ul style="list-style-type: none"> – die Planung eines ausreichenden Maßes an Arbeitszeit, bei vielen Aufgaben eine ganze Unterrichtsstunde – der eventuelle Verzicht auf die tägliche Übung, – die sorgfältige Vorbereitung der Arbeits- und Präsentationsphase – insbesondere das Bereitstellen von Arbeitsmaterialien, Präsentationsmedien (z.B. Folien, großformatige Papiere + Magneten, ...) und die Planung des zeitlich-organisatorischen Verlaufs, 	bei der Planung <ul style="list-style-type: none"> – wenn für die Arbeitsphase nicht geeignete und ausreichende Arbeitsmaterialien zur Verfügung stehen, – wenn die Auswertungsphase nicht exakt zeitlich und organisatorisch geplant ist,



06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 22



 Traditio et Innovatio

Empfehlungen und Warnungen der Kursteilnehmer

<p style="text-align: center;">Bewährt hat sich ...</p> <p>beim Stellen und Bearbeiten der Aufgabe</p> <ul style="list-style-type: none"> – das Austeilen/Bekanntgeben der Aufgabenstellung an die Schüler ohne weitere Erläuterungen des Lehrers, – während der Arbeitsphase durch die Klasse zu gehen und besondere oder interessante Antworten registrieren, – während der Arbeitsphase zu entscheiden, ob eine Verlängerung oder Verkürzung der Arbeitsphase erfolgen sollte und ob eine Fortsetzung als Partnerarbeit sinnvoll ist, 	<p style="text-align: center;">Kritisch kann sein ...</p> <p>beim Stellen und Bearbeiten der Aufgabe</p> <ul style="list-style-type: none"> – das Beantworten von Schülerfragen während der Arbeitsphase, – dass die Schüler sofort mit dem Austausch von Ideen und Lösungen beginnen können,
---	---



06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 23



 Traditio et Innovatio

Empfehlungen und Warnungen der Kursteilnehmer


<p style="text-align: center;">Bewährt hat sich ...</p> <p>bei der Auswertung der Ergebnisse</p> <ul style="list-style-type: none"> – die Schüler selbstständig und eigenverantwortlich präsentieren zu lassen und sich als Lehrer hierbei zurückzunehmen, – die Schüler anzuregen, miteinander zu diskutieren, – Bewertungen mit Mimik, Gestik oder in Verbalform sowie in besonderen Fällen auch eine gute Note für einzelne Schüler zu geben, – durch Schüler oder Lehrer eine Zusammenfassung der Ergebnisse zu geben, wenn dies für den Lernprozess sinnvoll ist. 	<p style="text-align: center;">Kritisch kann sein ...</p> <p>bei der Auswertung der Ergebnisse</p> <ul style="list-style-type: none"> – das Ableiten der Auswertungsphase in ein lehrerzentriertes Unterrichtsgespräch, – immer die gleichen Schüler präsentieren zu lassen, – das Stellen von Fragen und das Geben von Hinweisen sowie das Unterbrechen der Präsentation der Schüler durch den Lehrer, selbst wenn Fehler in den Darlegungen enthalten sind, – das vorzeitige Abbrechen der Diskussion, – das Verzetteln in nebensächlichen Detailfragen, so dass der rote Faden der Diskussion nicht mehr erkennbar ist.
--	---

06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 24




 Traditio et Innovatio

Aufgaben zum Vergleichen von vorgegebenen Objekten


- Suche dir von den fünf Potenzen zwei heraus und vergleiche sie miteinander. Finde Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
 (1) 10^2 (2) 5^2 (3) 10^3 (4) 2^5 (5) 3^2
- Welche der Vierecke (1) bis (6) haben eine gemeinsame Eigenschaft? Gib die Eigenschaft und die Nummern der betreffenden Vierecke an.




(1)




(2)



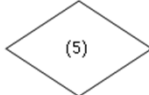
(6)




(3)





(4)



(5)



06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 30

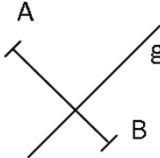


 Traditio et Innovatio

Vergleichen der Bedeutungen eines Wortes

Untersuche die Bedeutung des Wortes "senkrecht" in den folgenden Zusammenhängen.


- Die Strecke ist senkrecht zur Geraden. Betrachte verschiedene Lagen der Geraden g und der Strecke.


A



B


- Der Zaunpfahl steht senkrecht. Betrachte Zaunpfähle in einem ebenen Gelände und Zaunpfähle an einem Berg.

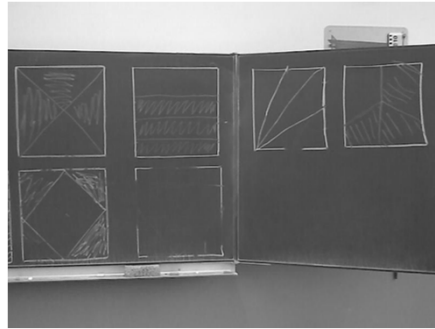
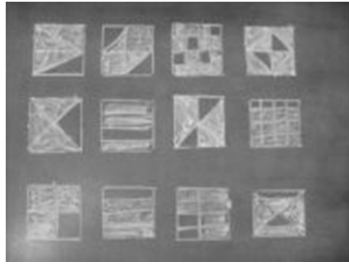






06.01.2015 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK 31

Prototypische Beispiele realisieren

1. Falte ein quadratisches Stück Papier so, dass du mithilfe der entstandenen Faltkanten $\frac{3}{4}$ des Papiers färben kannst.
zur Entwicklung der Aufgabe 



2. Bauer Piepenbrink möchte mit 16 Zaunfeldern einen neuen Hühnerhof einzäunen. Jedes Zaunfeld ist 1 m lang. Welche Form kann der Hühnerhof haben? zur Entwicklung der Aufgabe  

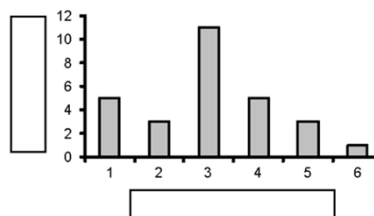
06.01.2015

© 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK

32

Umkehraufgaben

1. Skalenaufgabe
2. Bilde eine Rechenoperation mit zwei Brüchen, die das Ergebnis $\frac{5}{8}$ hat.
3. Was könnten die Angaben in dem Diagramm bedeuten? Finde für dein Beispiel die Beschriftung für die Achsen.



06.01.2015

© 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | INSTITUT FÜR MATHEMATIK

33