

Hans-Dieter SILL, Güstrow

Grundbegriffe stochastischer Allgemeinbildung

Ohne Frage gehört der Begriff "Zufall" sowie die zahlreichen damit verknüpften Termini der Stochastik (Zufallsexperiment, zufälliges Ereignis, Zufallsvariable, u. a.) zu ihren Grundbegriffen. Um so erstaunlicher ist es, daß im Vergleich mit anderen Grundbegriffen, wie etwa dem Wahrscheinlichkeitsbegriff, in der Literatur dieser Problematik relativ geringe Aufmerksamkeit gewidmet wird. So berichtet ANDELFINGER 1983 über Schwierigkeiten, die Schüler einer 7. Klasse im Umgang mit dem Zufallsbegriff haben. SCHOLZ 1981 stellt fest, daß "eine psychologische Theorie fehlt, welche in der Lage ist, subjektive Konzeptualisierungen von Zufallsprozessen ... exakter zu beschreiben ...". Für die Entwicklung einer solchen Theorie scheinen uns linguistische Analysen nützlich, wenn nicht sogar notwendig zu sein." STEINBRING 1980 erörtert im Zusammenhang mit seinen Untersuchungen zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes das Verhältnis von Zufall und Gesetzmäßigkeit.

Eine Ursache für das genannte Defizit ist sicher die Vielschichtigkeit und Komplexität des Zufallsbegriffes, dessen Erfassung sich nicht auf mathematisches Denken reduzieren läßt, sondern mindestens auch philosophischer und weltanschaulicher Überlegungen bedarf (HEITEL 1976).

Für einen Didaktiker und unterrichtenden Lehrer ist es jedoch unumgänglich, das Beziehungsgefüge des Zufallbegriffes, seine Verwendungen in der Umgangssprache und in der Stochastik zu analysieren, um u.a. auch unterschiedliche, einseitige oder fehlerhafte Interpretationen zu erkennen bzw. zu verhindern. Es werden im folgenden eine Reihe von Aspekten der Begriffsverwendung diskutiert, ohne Anspruch auf Vollständigkeit der Betrachtungen zu erheben.

Analysiert man die unterschiedlichen Verwendungen des Wortes "Zufall" so lassen sich nach der Art des Charakterisierten vier Beziehungskomplexe unterscheiden, der Zufall als

- Merkmal einer Erscheinung (z.B. zufälliges Ereignis)
- Eigenschaft eines Objektes (z.B. Zufallsvariable)

- Eigenschaft eines Prozesses (z.B. Zufallsexperiment)
- Korrelat zur Notwendigkeit, Gesetzmäßigkeit.

Die Bezeichnung bestimmter Erscheinungen als zufällig oder auch direkt als Zufall ist die dominierende Verwendung dieser Begriffe in der Umgangssprache. Dabei kann die Bedeutung in verschiedenen Kontexten durchaus unterschiedlich sein und stellt in der Regel eine bedeutende Einengung des Begriffsumfanges dar.

Ein Ereignis wird häufig dann als zufällig bezeichnet, wenn es selten, also unerwartet, überraschend eintritt, d.h. für das Subjekt eine geringe Wahrscheinlichkeit besitzt.

Diese Vorstellungen über den Zufallscharakter von Erscheinungen spielen auch bei Personen, die eine Ausbildung in Wahrscheinlichkeitsrechnung erhalten haben, z.T. eine dominierende Rolle, wie BEHTGE 1978 feststellte.

Werden nun im Stochastikunterricht alle möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperimentes als zufällig bezeichnet, dürfte dies bei vielen Schülern auf Unverständnis stoßen, insbesondere hinsichtlich des Modalwertes der Wahrscheinlichkeitsverteilung. Probleme im Verständnis des Zufälligen, soweit man dies aus dem Sprachgebrauch schließen kann, gibt es nach unseren Untersuchungen ebenfalls, wenn in einem Vorgang sowohl zufällige als auch nichtzufällige Faktoren eine Rolle spielen, insbesondere, wenn der Mensch durch sein Verhalten Einfluß auf das Ergebnis hat.

Die bisher genannten epistemologischen Schwierigkeiten lassen sich m. E. jedoch überwinden, ohne die eingeschränkte umgangssprachliche und innermathematische Verwendung des Zufallsbegriffs grundlegend zu revidieren, wozu ein erheblicher Aufwand nötig wäre. Dies ist möglich, weil das Wesen des Zufalls nicht so sehr bei der Betrachtung von Erscheinungen und Objekten sondern vielmehr von Vorgängen sowie Systemen von Vorgängen deutlich wird. Dazu ist es allerdings erforderlich, die Zufälligkeit als Merkmal eines Prozesses wesentlich stärker in den Mittelpunkt der Betrachtungen zu rücken. Dies hängt eng mit dem Terminus "Zufallsexperiment" bzw. "Zufallsversuch" zusammen, gegen dessen Verwendung im Stochastikunterricht ich einige Bedenken vorbringen möchte.

Betrachten wir zunächst die Probleme, die mit der morphologi-

schen Struktur der Wörter zusammenhängen. Das Wort "Zufallsexperiment" ist ebenso wie das Wort "Zufallsversuch" ein Determinationskompositum, d.h. das Grundwort "Experiment" bzw. "Versuch" wird durch das Bestimmungswort "Zufall" näher charakterisiert. Ein Zufallsexperiment ist aus morphologischer Sicht also ein spezielles Experiment.

Auch in der Literatur, vor allem in der Schulbuchliteratur, wird durch die Verwendung dieses Begriffes häufig der Eindruck erweckt, daß Zufallsexperimente Experimente im erkenntnistheoretischen Sinne sind, da der Begriff meist in Verbindung mit tatsächlichen Experimenten eingeführt wird.

Der mathematische Begriff "Zufallsexperiment" kann aber nicht als Verallgemeinerung von Experimenten aufgefaßt werden. Er ist die Widerspiegelung einer Klasse von Vorgängen, bei denen eine Menge möglicher Ergebnisse mit einer Wahrscheinlichkeitsbewertung existiert. Der Begriff "Zufallsexperiment" umfaßt damit nicht die an Subjekte gebundene Planung und Durchführung des Vorganges und ist also kein Experiment im erkenntnistheoretischen Sinne.

Wir schlagen vor, im stochastischen Anfangsunterricht auf den Begriff "Zufallsexperiment" bzw. "Zufallsversuch" zu verzichten und statt dessen andere Termini verwenden. Geeignet sind die Wortkombinationen "zufälliger Vorgang", "Vorgang mit Zufallscharakter" sowie "Vorgang mit zufälligem Ergebnis".

Als günstig hat sich auch die Sprechweise, "bei dem betreffenden Vorgang spielt der Zufall eine Rolle", erwiesen.

Die Kopplung der Termini "Zufall/ zufällig" und "Vorgang" anstelle der Wörter "Zufallsversuch/ Zufallsexperiment" hat folgende Vorteile.

1. Es wird auf eine Prozeßbetrachtung zufälliger Erscheinungen orientiert. Zum Beschreiben und Analysieren eines Vorganges ist es naheliegend, die Bedingungen, unter denen er abläuft, zu betrachten. Dies führt zu Untersuchung der dynamischen Beziehungen zwischen Bedingungen und den Wahrscheinlichkeiten der möglichen Ergebnisse.
2. Von Anfang an wird eine Einengung auf unter genau gleichen B-

edingungen beliebig oft wiederholbare zufällige Vorgänge, vermieden. In naheliegender Weise können sowohl das Werfen eines Würfels als auch ein sportlicher Wettkampf oder das Schreiben einer Klassenarbeit als Vorgänge bezeichnet werden, bei denen der Zufall eine Rolle spielt.

3. Es können die Unterschiede zwischen Vorgang und Ergebnis deutlicher gemacht werden.

4. Wie schon erwähnt, kann die umgangssprachliche Verwendung des Begriffes Zufall im wesentlichen erhalten bleiben, wenn konsequent die Prozeßbetrachtung benutzt wird und so ein neuer Aspekt in die kognitive Struktur eingebracht wird.

5. Es ist eine klare Unterscheidung zwischen einem unabhängig von einem planenden und durchführenden Subjekt ablaufenden zufälligen Vorgang und einem zielgerichteten Experiment zu diesem Vorgang möglich. Der Begriff "Experiment" kann damit im mathematischen Unterricht in gleicher Weise wie im naturwissenschaftlichen Unterricht verwendet werden.

6. Das Problem der Wiederholbarkeit eines Vorganges wird nicht mehr aus den Betrachtungen ausgeschlossen. Die Wiederholbarkeit desselben Vorganges oder der parallele Verlauf von Vorgängen ist untrennbar mit der Analyse der Bedingungen für die einzelnen Prozeßverläufe verbunden.

Auf das Problem des Verhältnisses von Zufall und Gesetzmäßigkeit soll nicht weiter eingegangen werden.

Literatur

- [1] Andelfinger, B.: Umgehen mit dem Zufall - Ein Erfahrungsbericht aus dem Unterricht (Klasse 7, Gymnasium).-In: Stochastik Schule.1983,3.-S. 19 - 24
- [2] Bethge, K.: Probleme der Aneignung von Begriffen unter lernpsychologischem Aspekt untersucht am Beispiel der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung.-1978.-200 S. Leipzig, Dissertation
- [3] Heitele, D.: Didaktische Ansätze zum Stochastikunterricht in Grundschule und Förderstufe.- 1976, Dissertation, Dortmund
- [4] Scholz, R. W.: Stochastische Problemaufgaben: Analysen aus didaktischer und psychologischer Perspektive.- IDM Materialien und Studien Band 23, Bielefeld: Univ. Bielefeld 1981
- [5] Steinbring, H.: Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs: Das Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitstheorie aus didaktischer Sicht.-IDM Materialien und Studien Band 18.-Bielefeld: Univ. Bielefeld 1980