

# Zum Zufallsbegriff in der stochastischer Allgemeinbildung<sup>1</sup>

Hans-Dieter Sill, Güstrow

## 1. Vorbemerkungen

Die Aneignung einer stochastischen Allgemeinbildung ist ein wichtiges Ziel und Ergebnis des Mathematikunterrichts. Unter stochastischer Allgemeinbildung wird das Allgemeine in dem Bildungsbereich eines Bürgers unserer Gesellschaft verstanden, der es ihm ermöglicht, zufällige Erscheinungen zu erkennen, zu analysieren und zu modellieren. Untersuchungen zu Struktur und Inhalt von Allgemeinbildung sind in zwei Richtungen erforderlich. Es sind sowohl das Allgemeine in der vorhandenen Bildung der Bürger als auch das Wesen der zufälligen Erscheinungen selbst zu analysieren.

In der stochastischen Allgemeinbildung spielt der Zufallsbegriff eine zentrale Rolle. Mit ihm sind alle grundlegenden Konzepte der Stochastik verbunden. Um so verwunderlicher ist es, daß man in der didaktischen Literatur relativ wenige Arbeiten findet, die sich explizit mit dem Begriff des Zufalls und seinen Reflektionen in den Vorstellungen der Schüler befassen, obwohl häufig betont wird, daß sich Zufalls- und Wahrscheinlichkeitsbegriff nur gegenseitig erklären können (Steinbring 1991). Auch in den psychologisch orientierten Untersuchungen zur Entwicklung stochastischen Denkens und zu primären Fehlintuitionen (Piaget/Inhelder, Kahneman/Tverski, Fischbein, Shaughnessy u.a.) gibt es unter den Items nur wenige, die direkt auf eine Analyse der kognitiven Struktur des Zufallsbegriffes zielen.

Aus empirischen Untersuchungen liegen jedoch eine Reihe von Indizien vor, die auf entsprechende Probleme hinweisen. So berichtet Andelfinger 1983 über Schwierigkeiten, die Schüler einer 7. Klasse eines Gymnasiums im Umgang mit dem Zufallsbegriff haben und kommt zu dem Schluß, daß sich "dieses Problem ... für jüngere Schüler ganz offensichtlich nicht schnell lösen läßt und schon gar nicht durch Einführung der Wahrscheinlichkeit."

In einer groß angelegten Befragung 11 bis 16-jähriger Schüler englischer Gesamtschulen (GREEN 1983) zeigte sich u.a., daß "Items, die das Erkennen des Zufalls ... ansprechen, besonders schlecht gelöst werden."

Im Ergebnis beruflicher Fallstudien sowie von Untersuchungen zu Bearbeitungsprozessen stochastischer Problemaufgaben entwickelte SCHOLZ 1981 einen Ansatz zur Modellierung stochastischen Denkens. Als ersten Schritt der Tätigkeitssequenz nennt er das "Erkennen der Zufallsabhängigkeit eines Phänomens oder Einbeziehung stochastischer 'Komponenten' in die subjektive Konzeptualisierung" (S. 106). Die Frage, wann man von einem Erkennen der Zufallsabhängigkeit sprechen kann, läßt sich aber nach SCHOLZ nicht beantworten, "da eine psychologische Theorie fehlt, welche in der Lage ist, subjektive Konzeptualisierungen von Zufallsprozessen ... exakter zu beschreiben ... . Für die Entwicklung einer solchen Theorie scheinen uns linguistische Analysen nützlich, wenn nicht sogar notwendig zu sein" (S. 107).

Befragungen von Studenten nach Abschluß des Faches Wahrscheinlichkeitsrechnung zeigen, daß sich die fehlenden Reflexionen über den Zufallsbegriff in unsicheren und oft auch falschen Vorstellungen zu den Begriffen zufälliges Ereignis bzw. Zufallsgröße niederschlagen.

So fragte BETHGE 1978 Studenten technischer Studienrichtungen (n= 43), welche der folgenden Erscheinungen zufällig sind.

- |  |       |
|--|-------|
| a) Ein Fünfer im Zahlenlotto                         | (47%) |
| b) An einem Wintertag liegt Schnee                   | (14%) |
| c) Ein Bus ist pünktlich                             | (18%) |
| d) Eine Glühlampe ist nach 100 Std. Brennzeit defekt | (30%) |

Die Prozentzahlen geben den Anteil der Studenten an, die diese Erscheinungen für zufällig hielten.

Bei einer Befragung von 23 Mathematiklehrerstudenten (REPPENHAGEN 1989), stellte sich heraus, daß die in der Ausbildung verwendeten Beispiele für Zufallsgrößen

- Länge einer Baumwollfaser (26%),
- Geschwindigkeit eines Gasmoleküls (35%),
- Durchmesser einer automatisch hergestellten Welle (65%)

von dem angegebenen Prozentsatz der Studenten im Nachhinein nicht als Zufallsgrößen angesehen wurden.

---

<sup>1</sup> Überarbeitete Fassung eines Vortrages auf der 25. Bundestagung der GDM 1991 in Osnabrück

Obwohl der Zufallsbegriff ohne Frage auch eine philosophische Kategorie ist, sollen die unterschiedlichen Auffassungen und Interpretationen etwa von Hume, Carnap, Popper, Monod, Hörz und Wessel nicht Gegenstand der Analyse sein.

Es erfolgt eine Beschränkung auf die didaktische Literatur. Ziel ist eine Isolierung von Aspekten und Bedeutungskomplexen des Zufallsbegriffes. Da diese Aspekte in den Arbeiten meist nur implizit vorhanden sind und sich oft durchdringen, erweist sich eine solche Rekonstruktion als recht kompliziert und vielschichtig. Das "epistemologische Dreieck" (Steinbring 1991) des Zufallsbegriffes hat mehrere Dimensionen. Es kann hier nur ein erster Ansatz vorgestellt werden. Es ist nicht Anliegen, den Gegenstand des Zufallsbegriffes selbst zu diskutieren, sondern Kontexte seiner Verwendung aufzuzeigen. Dabei ist ein wichtiges methodologisches Mittel zur Analyse der intendierten Bedeutung, die Frage nach dem Gegenteil, nach dem, was nicht als Zufall bzw. zufällig angesehen wird. Weiterhin wird ebenfalls nur skizzenhaft auf einen Vorschlag zur Modifizierung der Terminologie und Betrachtungsweise zufälliger Erscheinungen eingegangen, der im Ergebnis der Begriffsanalyse entstanden ist.

Unter einem Begriff soll eine komplexe Gesamtheit von Gedanken über Unterscheidungsmerkmale eines Gegenstandes verstanden werden.

## **2. Zur Verwendung des Begriffes "Zufall" in der Umgangssprache**

Die Bezeichnung bestimmter Erscheinungen als zufällig oder auch direkt als Zufall ist die dominierende Verwendung dieser Begriffe in der Umgangssprache. Häufig wird die Bezeichnung "Zufall" (oft synonym mit "großes Glück" bzw. "großes Pech") für sehr selten auftretende Ereignisse verwendet (Walter, Steinbring 1991).

So brachten die Schüler bei der Behandlung eines Zufallsexperimentes (Steinbring 1991) den Begriff "Zufall" von sich aus erst dann in den Unterricht ein, als der Lehrer die Diskussion auf ein Ereignis mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit lenkte. Einem Aufruf der Schülerzeitschrift "Frösi" im Jahre 1985 folgend, schrieben viele Leser an die Zeitschrift, was sie unter Zufall verstehen. Bis auf wenige Ausnahmen enthielten alle veröffentlichten Zuschriften Berichte über sehr seltene, unverhoffte, meist glückliche Erlebnisse, wobei es oft um das Zusammentreffen zweier oder mehrerer Ereignisse ging.

Im Sinne von Glück oder Pech wird die Bezeichnung Zufall in der Umgangssprache jedoch nicht nur zur Kennzeichnung seltener Ereignisse, sondern auch dann verwendet, wenn das eingetretene Ergebnis ohne ersichtlichen Grund von den Erwartungen abweicht. Tritt das Erwartete ein, auch wenn mehrerer Ergebnismöglichkeiten vorhanden sind, wird seine Bezeichnung als zufällig intuitiv abgelehnt.

In einer Befragung von 26 Schülern 8. Klassen stellte Schulz fest, daß der Ausgang eines konkreten Fußballspieles, in dem der Titelanwärter gegen einen Abstiegskandidaten spielt, von der Mehrzahl der Schüler je nach dem eingetretenen Ereignis als zufällig (Sieg des Außenseiters) oder als nichtzufällig (Sieg des Favoriten) angesehen wird.

Von 15 Schülern 3. Klassen, mit denen Wenau Einzelbefragungen durchführte, hielten 8 das gleichzeitige Eintreffen von Mutter und Tochter vor einem Kaufhaus zu einem vorher vereinbarten Zeitpunkt nicht für zufällig, obwohl alle durchaus eine Verspätung der Tochter für möglich hielten.

Mit Blick auf diese intuitiven Vorstellungen der Schüler ist es nicht verwunderlich, wenn die Bezeichnung eines völlig normalen Ergebnisses als "zufälliges Ereignis" Unverständnis hervorruft, zumal der Ereignisbegriff in der Umgangssprache den Charakter des Außergewöhnlichen, Bedeutsamen, Bemerkenswerten, Auffälligen hat (Hefendehl-Hebeker, Andelfinger 1987).

Etwas abweichend von den bisherigen Bedeutungen werden im Alltagsgebrauch auch Ereignisse als zufällig bezeichnet, wenn es sich um eine von mehreren gleichberechtigten Möglichkeiten handelt. So wird das Ergebnis eines Münzwurfes oder eines Wurfes mit einem Würfel durchaus als zufällig charakterisiert. Die Verbindung von Zufall und Gleichwahrscheinlichkeit ist teilweise so dominierend, daß auch nicht gleichwahrscheinliche zufällige Ereignisse als gleichwahrscheinlich angesehen werden (Walter, Monks)

Ein weiterer Kontext im intuitiven Gebrauch der Bezeichnung "Zufall" liegt vor, wenn das Ergebnis eines zufälligen Vorganges durch das bewußte Handeln von Menschen beeinflußt werden kann. Bei solchen Vorgängen wird von der Mehrzahl der Schüler ein eingetretenes Ergebnis nicht als zufällig bezeichnet.

In der schon genannten Befragung von 26 Schülern 8. Klassen waren 38% der Meinung, daß die von

einem trainierten Sportler im Weitsprung erreichte Weite nicht zufällig ist und 65% gaben an, daß es kein Zufall sei, welche Zensur ein Schüler in einer Klassenarbeit erhält. Dieser Aspekt des Zufallsbegriffes bei Schülern wurde weiterhin deutlich, als sie das Ereignis, in einen Autounfall verwickelt zu werden, aus der Sicht des Schuldigen bzw. des Unschuldigen als zufällig oder nicht zufällig charakterisieren sollten. Ein großer Teil der Schüler bezeichnete das gleiche Ereignis einmal als zufällig (aus der Sicht des Unschuldigen) und einmal als nicht zufällig (aus der Sicht des Schuldigen).

Weitere Assoziationen, die bei Schülern im Zusammenhang mit dem Zufallsbegriff in bestimmten Zusammenhängen auftreten können sind folgende:

- Zufall als nicht vorhandene Regelmäßigkeit (Steinbring 1991, Andelfinger 1987)
- Zufall als Willkür (Schupp)
- Dem Zufall ist man ausgeliefert. (Walter, Andelfinger 1987)
- Der Zufall ist unberechenbar und nicht vorhersehbar (Andelfinger 1987)
- Jegliche Vorhersage (auch die Angabe oder der Vergleich von Wahrscheinlichkeiten) ist bei zufälligen Vorgängen nicht möglich (Fischbein u.a.)

Die sicher noch unvollständige Palette möglicher Bedeutungen und Intensionen der Bezeichnung "Zufall" bzw. "zufällig" im alltäglichen Sprachgebrauch legt die Vermutung nahe, daß in einem, bisher noch nicht beachteten Maße eine Reihe von Problemen in der Entwicklung stochastischen Denkens mit den epistemologischen Schwierigkeiten und primären Fehlintuitionen des Zufallsbegriffes verbunden sind.

### **3. Der Zufallsbegriff in der wissenschaftlichen Literatur**

Analysiert man die wissenschaftliche Literatur so findet man ebenfalls eine Reihe unterschiedlicher Auffassungen und kontextabhängiger Begriffsverwendungen, die sich zum großen Teil mit umgangssprachlichen Varianten in Verbindung bringen lassen.

Ein häufig benötigter und für Anwendungen sehr wichtiger Aspekt steht im Zusammenhang mit den Termini Zufallszahlenfolge, Zufallsstichprobe, zufällige Auswahl und anderen Bezeichnungen. Ein oft vorkommendes Beispiel ist das Unterscheiden zwischen einer "echten" Zufallsfolge aus den Zahlen 0 und 1 und einer ausgedachten, durch wahllose Aneinanderreihung von Nullen und Einsen entstandenen "gefälschten" Zahlenfolge. Der Begriff "Zufallsgenerator" läßt sich in diesen Kontext ebenfalls einordnen. Zufall dient hier zur Bezeichnung der völligen Regellosigkeit, was oft durch die Wortverbindung "reiner Zufall" noch unterstützt wird. Meist sind die Gleichwahrscheinlichkeit der möglichen Ergebnisse (zufällige Auswahl) sowie ihre Unabhängigkeit (Zufallszahlen) intendiert. Von Harten und Steinbring fassen den Begriff Zufallsfolge weiter und beziehen auch die Nichtgleichwahrscheinlichkeit und teilweise auch die stochastische Abhängigkeit mit ein. Sie diskutieren u.a. das Beispiel der Folge von Konsonanten und Vokalen in deutschsprachigen Texten. Obwohl deutlich wird, daß sich eine strukturgleiche Folge mit Hilfe geeigneter Zufallsgeneratoren (unter Beachtung der bedingten Wahrscheinlichkeiten) konstruieren ließe, bleibt es für sie keine "echte" Zufallsfolge. Aus den Betrachtungen meist ausgeschlossen wird dabei die Frage, was an einer "unechten" Zufallsfolge zufällig ist.

Der Gedanke des Nichtvorhersehbaren, die Existenz mehrerer Möglichkeiten tritt in den Hintergrund, denn auch bei einer wahllosen Aneinanderreihung von Nullen und Einsen, gibt es stets mehrere Möglichkeiten, die auch für den "Erzeuger" der Folge nicht vorhersehbar sind.

Hier spielt offensichtlich bereits ein nächster Gesichtspunkt eine Rolle, die Trennung des Zufälligen vom bewußten menschlichen Handeln.

Ein Standardbeispiel im Stochastikunterricht ist das "blinde" Entnehmen von Kugeln aus einer Urne. (Um ablenkende Assoziationen zu vermeiden, sollte man eher "Ziehungsbehälter" sagen.) Wird die Bedingung "blindes Entnehmen" verletzt, etwa wenn der Behälter durchsichtig ist, spricht man nicht mehr von einem Zufallsexperiment, denn jetzt kann derjenige, der die Kugeln entnimmt, ja entscheiden, welche er wählt.

Zawojewski, Nowakowski und Boruch unterscheiden bei menschlichen Handlungen die Faktoren Schicksal (Prädestination), Zufall und freier Wille. Zufall ist dabei das, was nicht von der Vorherbestimmung oder vom Willen eines Menschen abhängig ist.

In diesem Kontext des Zufallsbegriffes wird das menschliche Handeln nicht in den Begriffsinhalt einbezogen, was sich im Stochastikunterricht letztlich in der Beschränkung auf vom menschlichen Willen unabhängige Zufallsgeneratoren äußert. Daraus resultieren die Verständnisschwierigkeiten, die

Schüler haben, wenn Weitsprungresultate, Zensuren in Klassenarbeiten oder andere, von ihnen beeinflussbare Ergebnisse als zufällige Ereignisse bezeichnet werden.

Beginnend mit Laplace wird der Zufall gelegentlich mit dem menschlichen Erkenntnisstand in Verbindung gebracht. Ereignisse werden zufällig genannt, wenn der gegebene Bedingungskomplex nicht die Gesamtheit aller Ursachen widerspiegelt bzw. wenn der Versuch Einflüssen unterliegt, die bei seiner Beschreibung nicht berücksichtigt werden können (J. Bernoulli, Bigott 1985, Hengst, Lindenau/Schindler, Renyi). "Die Beschreibung ist immer in der Art unvollständig, daß der Zufall bei diesem Vorgang noch Platz hat" (Zugänge, S. 9).

Der Zufall ist in diesem Sinne Ausdruck eines Informationsmangels, d.h. mit zunehmender Information verliert der Zufall an Bedeutung und verschwindet gänzlich bei vollständiger Information (Rastrigin).

Mit dieser Auffassung wird letztlich die objektive Existenz des Zufalls geleugnet (die von einigen Autoren gleichzeitig nachdrücklich betont wird). Als einer der ersten hat sich Cournot 1843 mit dieser Auffassung auseinandergesetzt und argumentiert, daß selbst die Existenz einer "höheren Intelligenz" (Laplacescher Dämon) das tatsächliche Wirken des Zufalls nicht aufhebt. Von Smoluchowski schreibt 1918, daß die Gesetze der kinetischen Gastheorie auch dann ihre Berechtigung erhalten, wenn man alle Angaben hätte, um die Bewegungen der Moleküle exakt für alle Zeiten zu verfolgen. Für ihn ist der Zufall nicht als unbekannte Teilursache aufzufassen, sondern kann nur von den Bedingungen abhängen, die das Zustandekommen der betreffenden Ereignisse beeinflussen.

Nach Auffassung von Cournot (s. Schneider, S. 77) bedeutet das Wort Zufall keine substantielle Ursache, sondern die Idee der Verbindung mehrerer Systeme von Ursachen oder Erscheinungen, welche unabhängig von einander stattfinden. Die Intension, Zufall nicht als Merkmal eines einzelnen Ereignisses sondern als Merkmal einer Relation zwischen Ereignissen aufzufassen findet man auch bei einer Reihe anderer Autoren. Sie spiegelt sich ebenfalls in der "umgangsphilosophischen" Erklärung des Zufalls als Schnittpunkt zweier Notwendigkeiten und dem damit oft verbundenen Standardbeispiel vom herunterfallenden Dachziegel, der eine vorbeigehende Person trifft, wieder. Man spricht auch von der Verknüpfung zweier Kausalreihen (Meyers Handbuch) oder vom relativen Zufall (Böhme). Ein Ereignis kann danach nur als zufällig in Bezug auf etwas, was nicht seine Ursache ist, bezeichnet werden (Böhme, S.2). So ist z.B. das Ergebnis eines Münzwurfes zufällig in Bezug auf die Nummer des Wurfes. Der relative Zufall ist nach Böhme im Unterschied zum absoluten, akasalen Zufall mit dem Kausalprinzip vereinbar.

In der Fehlertheorie, einer der ersten Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, taucht der Zufallsbegriff in den Wortkombinationen "zufälliger Fehler", "zufällige Abweichung" u. a. auf. In diesem Kontext sind mehrere Intensionen wirksam: der Gedanke der Regellosigkeit, der Bezug auf eine Erscheinung, die Abweichung vom Erwarteten u.a.

Letzteres führt auf das Verhältnis von beobachteter Wirklichkeit und theoretischem Modell. Zur Analyse dieser erkenntnistheoretisch fundamentalen Wechselbeziehung sieht Steinbring 1991 den Zufallsbegriff als ein geeignetes Mittel an. Der Zufall sollte zu diesem Zwecke nicht nur als Erklärungsmuster für auftretende Abweichungen angesehen werden, sondern umgekehrt sollte man auch die Frage nach der Berechtigung und Gültigkeit des verwendeten stochastischen Modells aufwerfen. Dies führt letztlich zum Problem des Verhältnisses von Zufall und Gesetzmäßigkeit, mit dem sich Steinbring 1980 ausführlich auseinandergesetzt hat.

Piaget/Inhelder ordnen den Zufall in das Verhältnis Reversibilität und Irreversibilität ein. Für sie ist die Durchmischung materieller Elemente der Prototyp des Zufälligen und des Irreversiblen. Der Zufall ist in ihrem Sprachgebrauch Kennzeichen der nichtzusammensetzbaren und irreversiblen Systeme.

Die zweifellos allgemeinste Bedeutung erhält der Zufallsbegriff, wenn er, wie in den meisten Stochastiklehrbüchern üblich, primär in Beziehung zur Existenz verschiedener Ergebnismöglichkeiten gebracht wird. Ein Ereignis wird zufällig genannt, wenn es eintreten kann aber nicht eintreten muß.

Oft wird neben dem Bezug zum Ereignisbegriff auch eine Verbindung zum Begriff der Bedingungen hergestellt. Z.T. wird sogar formuliert, daß die Eigenschaft eines Ereignisses zufällig zu sein, nur im Hinblick auf die Gesamtheit der Bedingungen einen Sinn hat (Meyers Handbuch, Hengst).

#### 4. Überlegungen zur Modifizierung der Terminologie und der Betrachtungsweise zufälliger Erscheinungen

Aus der dargestellten Komplexität und Vielfalt einander z. T. widersprechender Aspekte des Zufallsbegriffes ergibt sich die Frage, wie im Stochastikunterricht in geeigneter Weise anknüpfend an intuitive Vorstellungen der Schüler ein möglichst umfassender Zufallsbegriff entwickelt werden kann. Dies bedeutet vor allem, eine geeignete Sprech- und Betrachtungsweise zu verwenden, an die die Schüler schrittweise zu gewöhnen sind.

Im Folgenden sollen Überlegungen zur Modifizierung der z. Z. üblichen Terminologie vorgestellt werden. Sie gehen davon aus, den Zufall nicht primär als Merkmal einer Erscheinung bzw. eines Ereignisses sondern als Eigenschaft eines Prozesses (bzw. eines Vorganges) anzusehen. Als wesentliches Unterscheidungsmerkmal soll alleine die Existenz mehrerer Ergebnismöglichkeiten dienen. Zur Charakterisierung eines Prozesses gehört die Angabe der Bedingungen, unter denen der Prozeß abläuft. Die Angabe und Diskussion der Bedingungen sollte immanenter Bestandteil der Betrachtungen zur Zufälligkeit sein.

Als geeignete sprachliche Ausdrucksformen werden die Bezeichnungen "zufälliger Vorgang", "Vorgang mit Zufallscharakter" oder auch "Vorgang mit zufälligem Ergebnis" angesehen, die in letzter Zeit verstärkt in der Literatur zu finden sind und z. T. Eingang in neue Rahmenrichtlinien fanden (Zugänge, Hellmann/Kölbl, Hilsberg/Warmuth, Bigott 1992, Bruschi, Stochastik).

Gegen die Verwendung der Termini "Zufallsexperiment" bzw. "zufälliger Versuch" im Stochastikunterricht der S I möchte ich einige Bedenken vorbringen. Von wenigen Ausnahmen abgesehen, findet man in der Literatur leider kaum kritische Auseinandersetzungen mit diesem Grundbegriff der Stochastik.

Betrachten wir zunächst die Probleme, die mit der morphologischen Struktur der Wörter zusammenhängen. Das Wort "Zufallsexperiment" ist ebenso wie das Wort "Zufallsversuch" ein Determinationskompositum, d.h. das Grundwort "Experiment" bzw. "Versuch" wird durch das Bestimmungswort "Zufall" näher charakterisiert. Ein Zufallsexperiment ist aus morphologischer Sicht also ein spezielles Experiment.

Das Wort "Experiment" wird als erkenntnistheoretischer Terminus in verschiedenen Wissenschaften relativ einheitlich verwendet und ist u. a. durch folgende Merkmale gekennzeichnet.

- Experimente werden durch Individuen geplant und durchgeführt.
- Experimente dienen zur Überprüfung von Hypothesen.
- Experimente laufen unter Bedingungen ab, die bekannt sind, oft im Vergleich zur Wirklichkeit vereinfacht bzw. von bestimmten Einflüssen befreit werden und so eine Wiederholung unter gleichen Bedingungen gestatten.

Die Frage ist nun, ob ein Zufallsexperiment tatsächlich ein spezieller Typ eines Experimentes ist, oder ob dieser Begriff in der Mathematik einen anderen Inhalt hat.

In der Literatur, vor allem in der Schulbuchliteratur, wird durch die Verwendung dieses Begriffes häufig der Eindruck erweckt, daß auch Zufallsexperimente Experimente im erkenntnistheoretischen Sinne sind. Der Begriff "Zufallsexperiment" wird meist in Verbindung mit tatsächlichen Experimenten eingeführt.

Zufallsexperiment ist wie jeder andere mathematische Begriff eine Abstraktion bestimmter Erscheinungen, Prozesse oder anderer Begriffe. Er kann aber nicht als Verallgemeinerung von Experimenten aufgefaßt werden. Zufallsexperiment ist die mathematische Widerspiegelung einer Klasse von Vorgängen, bei denen eine Menge möglicher Ergebnisse mit einer Wahrscheinlichkeitsbewertung existiert. Der Begriff "Zufallsexperiment" umfaßt damit nicht die an Subjekte gebundene Planung und Durchführung des Vorganges. Ein Zufallsexperiment ist also kein Experiment im eigentlichen Sinne.

Die mit dieser ungenügenden sprachlichen Differenzierung verbundene begriffliche Verwirrung ist m. E. eine der Ursachen für die häufige Trennung von Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik. In der Statistik werden Ergebnisse von Vorgängen betrachtet, die man offensichtlich nicht als Experiment ansehen kann, da sie unabhängig von dem beobachtenden Subjekt ablaufen. Wenn man z.B. die Schüler nach ihren Freizeitinteressen befragt, so ist hier das Zufallsexperiment nicht die durchgeführte Befragung. Das eigentliche Zufallsexperiment ist der Entwicklungsprozeß der Schüler, in dessen Ergebnis die Freizeitinteressen entstanden sind.

Um von Anfang an eine Gemeinsamkeit zwischen dem Werfen eines Würfels und der Befragung von Schülern nach ihren Interessen herzustellen und so von einer Einschränkung stochastischer Betrachtungen auf Zufallsgeräte und Glücksspiele zu vermeiden, sollte man im stochastischen Anfangsunterricht auf den Begriff "Zufallsexperiment" bzw. "Zufallsversuch" verzichten und statt dessen die vorgeschlagenen Termini verwenden. Der Begriff "Experiment" kann damit im mathematischen Unterricht in gleicher Weise wie im naturwissenschaftlichen Unterricht verwendet werden.

## Literatur

- Andelfinger, B. 1983: Umgehen mit dem Zufall - Ein Erfahrungsbericht aus dem Unterricht (Klasse 7, Gymnasium). In: Stochastik Sch. 3(1983)3. S. 19 - 24
- Andelfinger, B. 1987: Didaktischer Informationsdienst Mathematik. Thema: Arithmetik, Algebra und Funktionen. Soest: Landesinstitut für Schule und Weiterbildung, 1987. Heft 44
- Bethge, K.: Probleme der Aneignung von Begriffen unter lernpsychologischem Aspekt untersucht am Beispiel der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. 1978. 200 S. Leipzig, Karl-Marx-Univ., Diss. A
- Bigott, B. 1985: Was ist und was soll "Stochastik"?. In: Math. Sch. 23(1985)6. S.388-395
- Bigott, B. 1992: Zur Führung des Stochastikunterrichts. In: Math. Schule 30(1992)1. S. 24-28
- Böhme, W.: Erscheinungsformen und Gesetze des Zufalls. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn, 1964
- Brusch, H.: Arbeitsblätter für die vorbereitende Phase des Stochastikunterrichts (Teil 1). In Math. Schule 30(1992)1. S. 29-34
- Fischbein, E.; Nello, M. S.; Marino, M. S.: Factors affecting Probabilistic Judgements in Children and Adolescents. In: Educ. Stud. Math. 22(1991)6. S. 523-549
- Green, D. R.: Der Wahrscheinlichkeitsbegriff bei Schülern. In: Stochastik Sch. 3(1983)3. S. 25 - 38
- Harten, G. von; Steinbring, H.: Stochastik in der Sekundarstufe I. Köln: Aulis-Verlag Deubner, 1984. IDM-Reihe; Bd. 8
- Hefendehl-Hebeker, L.: Der Begriff "Ereignis" im Stochastikunterricht. In: Stochastik Sch. 3(1983)2. S. 4-16
- Hellmann, R.; Kölbl, I.: Einführende Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik (Teil 1). In: Math. Schule 28(1990)7/8. S. 546-552
- Hengst, M.: Zur "Existenz" der Wahrscheinlichkeit: Grundlagenfragen der mathematischen Statistik. In: Mathematikunterricht. 13(1971)4. S. 60-84
- Hilsberg, I.; Warmuth, E.: Stochastik von Klasse 1 bis zum Abitur. Ein Lehrgangsentwurf. In: Math. Schule 29(1991)9. S. 595-606
- Lindenau, V.; Schindler, M.: Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Primarstufe und Sekundarstufe I. Bad Heilbrunn: Klinkhardt, 1977
- Meyers Handbuch über die Mathematik/ Hrsg. v. Herbert Meschkowski. Mannheim: BI, 1967
- Monks, A. R.: Gleichwahrscheinlich. In: Stochastik Schule 6(19986)2. S. 25-29
- Piaget, J.; Inhelder, B.: Die Psychologie des Kindes. Frankfurt, 1978
- Rastrigin, L. A.: Zahl oder Wappen?: Ein Buch über den Zufall. Moskau, Leipzig: MIR, Urania-Verlag, 1973
- Renyi, A.: Briefe über die Wahrscheinlichkeit. Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1969
- Reppenhausen, K.: Empirische Untersuchungen zur Vorbereitung der Lehrerstudenten auf die Gestaltung eines Stochastikunterrichts. 1989. Güstrow, Pädagogische Hochschule, Diplomarbeit
- Schneider, I.: Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie. Berlin: Akademie-Verlag, 1989.
- Scholz, R. W.: Stochastische Problemaufgaben: Analysen aus didaktischer und psychologischer Perspektive. IDM Materialien und Studien Band 23. Bielefeld: Universität Bielefeld 1981
- Schulz, S.: Empirische Untersuchung zu den Kenntnissen und Vorstellungen von Schülern einer 8. Klasse über die Begriffe "Zufall" und "Wahrscheinlichkeit". 1987. 72 S. Güstrow, Pädagogische Hochschule, Diplomarbeit
- Schupp, H.: Evaluation eines Curriculums. In: Mathematikunterricht. 21(1979)5. S.22-42
- Steinbring, H. 1980: Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs: Das Anwendungsproblem in der Wahrscheinlichkeitstheorie aus didaktischer Sicht. IDM Materialien und Studien Band 18. Bielefeld: Universität Bielefeld 1980
- Steinbring, H. 1991: The Concept of Chance in Everyday Teaching: Aspects of a Social Epistemology of Mathematical Knowledge. In: Educ. Stud. Math. 22(1991)6. S.503-522
- Stochastik in der Sekundarstufe I: Handreichungen zu den Rahmenrichtlinien Mathematik im Land Mecklenburg-Vorpommern/ Landesinstitut für Schule und Ausbildung, 1992
- Walter, F.: Wieder Münze und Würfel. In: Math. Naturwiss. Unter. 33(1980)5. S. 293-297
- Wenau, G.: Zur Behandlung ausgewählter Aspekte des Zufalls- und Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Grundschule. 1991. Güstrow, Pädagogische Hochschule. Dissertation
- Zawojewski, J.; Nowakowski, J.; Boruch, R.F. Romeo und Julia: Schicksal, Zufall oder freier Wille?. In: Stochastik Sch. 9(1989)1. S. 33-40
- Zugänge zur Wahrscheinlichkeitsrechnung: Stochastik MS 2/ Deutsches Institut für Fernstudien an der Universität Tübingen. Tübingen, 1979. Mathematik: Studienbriefe zur Fachdidaktik für Lehrer der Sekundarstufe II