

Christine Sikora, Hans-Dieter Sill, Universität Rostock

Ausgewählte Ziele und Aufgaben zu einem Kompetenzmodell zur stochastischen Bildung in der Sekundarstufe II auf der Grundlage des Kerncurriculums der Länder Berlin, Brandenburg und Mecklenburg-Vorpommern

1. Geschichte und Inhalte des Kerncurriculums und seiner Umsetzung in MV
2. Skizze eines neuen Kompetenzmodells
3. Zur Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen
4. Ziele und Aufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit
5. Probleme der Behandlung von Elementen der beurteilenden Statistik
6. Ziele und Aufgaben zur beurteilenden Statistik

Kassel, 15.11.2008

1

1. Geschichte und Inhalte des Kerncurriculums und seiner Umsetzung in Mecklenburg-Vorpommern

4.3 Stochastik

(I) Orientierungswissen – grundlegende mathematische Begriffe und Ideen

- Zufallsexperimente, Wahrscheinlichkeitsbegriff
- Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten (kombinatorische Hilfsmittel, Urnenmodelle, Baumdiagramme und Vierfeldertafeln)

(II) Anwendungen, Vertiefung und Systematisierung

- bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit in Anwendungssituationen (Satz von BAYES)
- Zufallsgrößen und deren Wahrscheinlichkeitsverteilung (Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
- Binomialverteilung (Formel von BERNOULLI, Erwartungswert, Varianz und Standardabweichung)
- Normalverteilung als Grenzfall einer Binomialverteilung

(III) Erweiterung und Vernetzung

- zweiseitige Hypothesentests bei Binomialverteilung
- Signifikanzbegriff, Fehler 1. und 2. Art

2

- Überraschender Beschluss 2004: KC's für alle Fächer für die Länder BE, BB und MV, Arbeitsgruppen pro Fach, Mathematik unter Verantwortung von BB, [Empfehlungen des AK Stochastik](#) waren bekannt
- Anhörung von Sept. bis Nov. 2005, Expertise im Auftrag der MNU (<http://www.mnu.de/>) ohne wesentliche Änderungen ab 2006 in Kraft
- Arbeitsgruppe „Gymnasiale Oberstufe Mathematik“ (Uni und LISA) seit Anfang 2007
 - Vorschläge zur Umsetzung des Kerncurriculums schrittweise erarbeitet, Stochastik Anfang 2008,
 - Vorschläge Stoffverteilung [Kl. 10](#) und [12](#),
 - Ziele und Aufgaben für Klasse 10 und 12, Veröffentlichung auf www.mathe-mv.de
 - Eine Grundlage ist Kompetenzmodell von Sill/Sikora, 2007
- Aktuelle Besonderheiten des Abiturs in MV (ab 2008):
 - Prüfungsteil A: Aufgabe A0: ohne Hilfsmittel, gesondertes Arbeitsblatt, nach 45 Min. abgeben, alle Teilnehmer
 - Prüfungsteil A: Aufgaben A1 bis A3: zwei auswählen, 30 Min. für Auswahl, 195 Min. Bearbeitungszeit, alle Teilnehmer
 - Prüfungsteil B: Aufgaben B1 bis B3, eine auswählen, 60 Min. Bearbeitungszeit, nur für Prüfung unter Leistungskursanforderungen

3

2. Skizze eines neuen Kompetenzmodells

- Ergebnis von empirischen und theoretischen Forschungen zu Leistungserhebungen seit 1998
- Grundidee: neue Dimension neben Anforderungsniveau:
Qualitätsparameter der Aneignung (Speicherung im Gedächtnis), insbesondere Grad der Beherrschung
- Anwendung des Modells zur Entwicklung von Zielen und Aufgaben zum sicheren Wissen und Können zum Arbeiten mit Größen (2005), zur ebenen und räumlichen Geometrie (2006) und zum Rechnenkönnen (in Arbeit)

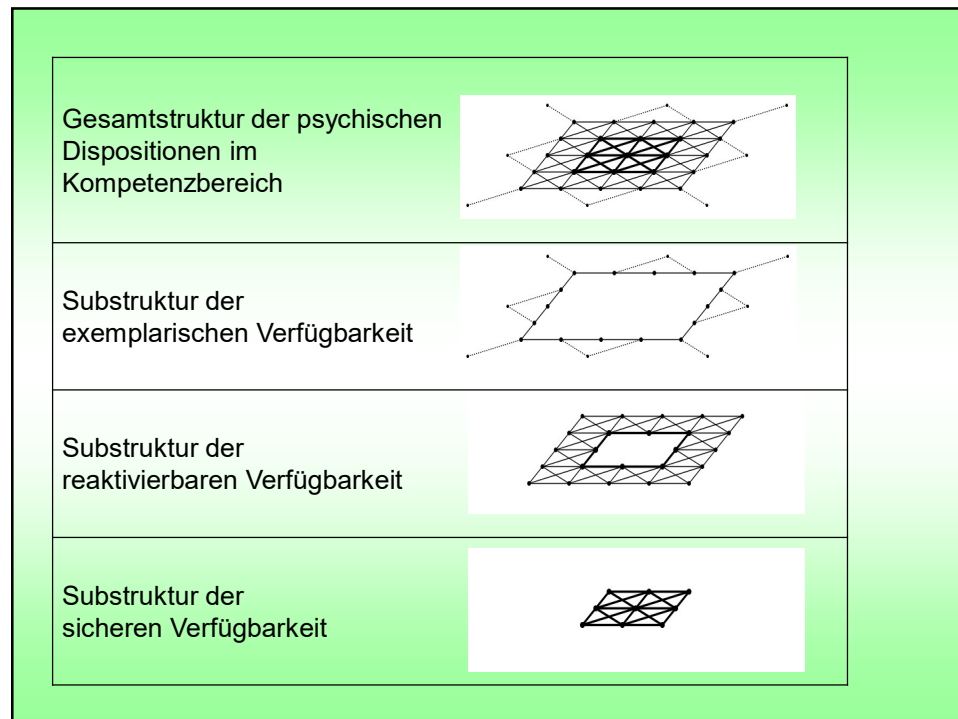
4

Kompetenzebenen – Grade der Aneignung

- *Ebene der sicheren Verfügbarkeit:* Die Schülerinnen und Schüler verfügen über die Dispositionen jederzeit ohne eine spezielle Reaktivierung. Die Dispositionen werden als *sicheres Wissen und Können* bezeichnet.
- *Ebene der reaktivierbaren Verfügbarkeit:* Die Schülerinnen und Schüler verfügen über die Dispositionen am Ende eines Stoffgebiets. Nach einem gewissen Zeitraum ist jedoch eine Wiederholung und Reaktivierung des Wissens und Könnens erforderlich, bei der der schon einmal vorhandene Beherrschungsgrad wieder erreichbar ist.
- *Ebene der exemplarischen Verfügbarkeit:* Die Schülerinnen und Schüler haben erste Einsichten, Vorstellungen bzw. Fähigkeiten hinsichtlich des betreffenden Inhalts des Unterrichts. Sie können z. B. einfache Beispiele angeben, einige wichtige Merkmale oder Gedanken zu einer Vorgehensweise äußern und sich an entsprechende Episoden erinnern.

Sill, H.-D.; Sikora, Chr.: Leistungserhebungen im Mathematikunterricht, Franzbecker 2007, S. 132

5



6

3. Zur Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen

3.1 Aspekte einer Prozessbetrachtung

- Betrachtung eines einzelnen zeitlich ablaufenden Vorgangs in der Natur, der Gesellschaft oder dem Denken in der Vergangenheit, der Gegenwart oder der Zukunft
- Auswahl eines betrachteten Merkmals
- Bestimmen der möglichen Ergebnisse des Vorgangs bezüglich des Merkmals
- Betrachtung der Bedingungen eines einzelnen Vorgangs; Unterscheidung von allgemeine Bedingungen (Einflussfaktoren) und ihren Ausprägungen bei Ablauf des Vorgangs
- Betrachtung einer bestimmten Anzahl von Wiederholungen des Vorgangs, die nacheinander oder gleichzeitig ablaufenden können, sowie ihren Bedingungen
- Gruppierung von Vorgängen auf der Grundlage der Analyse der Bedingungen, insbesondere bei statistischen Untersuchungen
- Unterscheidung von Vorgang und Experiment:
 - Die experimentelle Untersuchung eines zufälligen Vorgangs, d.h. die Planung, Durchführung und Auswertung einer bestimmten Anzahl von Wiederholungen des Vorgangs heißt **Zufallsexperiment**.

7

3.2 Arten zufälliger Vorgänge und Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffes

1. *Vorgänge in der Natur oder der Gesellschaft*

- Ergebnisse: reale Objekte, Zustände
- Bedingungen: Zustände der Natur, der Gesellschaft
- Die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse wird durch das Denken des Subjektes, das den Vorgang untersucht, nicht beeinflusst, d.h. sie existiert unabhängig („objektiv“) vom erkennenden Subjekt, das sie nur möglichst genau bestimmen kann.

2. *Denkprozesse*

- Ergebnisse: Gedanken, Hypothesen
- Bedingungen: Kenntnisse des Subjektes, Verlaufseigenschaften des Denkens
- Die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse hängt vom Subjekt ab, das die Gedanken äußert („subjektive“ Wahrscheinlichkeit). Sie ändert sich mit Änderung der Kenntnisse des Subjektes

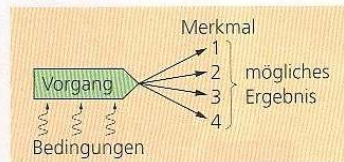
8

3.3 Beispiele für Anwendungen der Prozessbetrachtung in einem LB der Sek. I

a) Einführung der Betrachtungsweise in Kl. 5/6:

Zur Untersuchung zufälliger Erscheinungen beantworte folgende Fragen:

- Welcher Vorgang läuft ab?
- Welches Merkmal interessiert mich?
- Welche Ergebnisse können auftreten?
- Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?



Mathematik 6, MV, S. 92, paetec, 2003

9

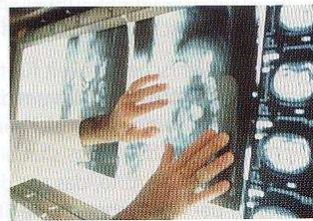
Auch Vermutungen können mehr oder weniger wahrscheinlich sein.

Solche Vermutungen sind:

- „Morgen wird es vermutlich regnen.“
- „Ich nehme an, dass der Brief heute kommt.“

Je nachdem, wie viele Informationen man hat oder bekommt, kann sich die Wahrscheinlichkeit solcher Aussagen auch ändern.

Mandys Arm ist nach einem Sturz mit dem Fahrrad stark angeschwollen und schmerzt sehr. Der Arzt stellt im Ergebnis einer ersten Untersuchung fest: „Die Wahrscheinlichkeit für einen Knochenbruch ist leider groß“. Nach einer Röntgenaufnahme meint er jedoch: „Es besteht nur noch eine geringe Wahrscheinlichkeit, dass ein Knochen verletzt ist. Wir müssen weitere Untersuchungen anstellen.“

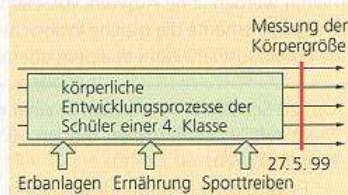


Mathematik 6, MV, S. 93, paetec, 2003

10

b) Anwendung auf statistische Untersuchungen in Kl. 6/7

In der Statistik werden die Ergebnisse der zufälligen Vorgänge als **Ausprägungen des Merkmals** oder als **Daten** bezeichnet. Die Gesamtheit aller Objekte, die bei einer statistischen Untersuchung betrachtet werden sollen, heißt **Grundgesamtheit**. Die Objekte heißen Elemente der Grundgesamtheit.



Die zufälligen Vorgänge laufen meist zeitlich parallel ab. Das Erfassen der Daten erfolgt hingegen zu einem bestimmten Zeitpunkt während des Verlaufs der zufälligen Vorgänge.

Zur Auswertung von Daten stelle dir folgende Fragen:

- Gibt es Übereinstimmung mit meinen bisherigen Vorstellungen?
- Welche Ursachen könnte es für die Art der Verteilung der Daten geben?
- Welche Zusammenhänge mit anderen Datensätzen gibt es?
- Welche Vergleiche zur Veranschaulichung der Daten sind möglich?

Mathematik 7, ST S, S. 107, paetec, 1999

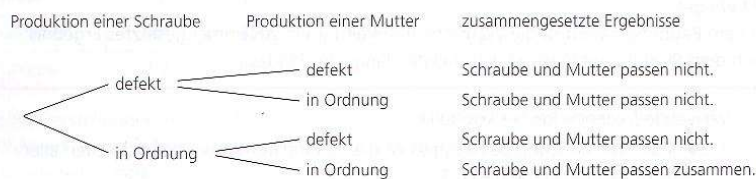
11

c) Anwendung bei mehrstufigen Vorgängen

Um die Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen zu berechnen, die sich aus Ergebnissen mehrerer zufälliger Vorgänge zusammensetzen, kann man diese Teilvorgänge als **Stufen** eines **mehrstufigen Vorgangs** auffassen.

Die möglichen Ergebnisse können in einem **Baumdiagramm** dargestellt werden. Jeder Pfad des Diagramms entspricht einem zusammengesetzten Ergebnis.

Bei der Herstellung von Schrauben und Muttern in einem Betrieb laufen die beiden Produktionsprozesse parallel ab. Ihre Ergebnisse bezüglich des Merkmals „fehlerhaft“ können aber nacheinander angeordnet werden.



Mathematik 8, MV G, S. 17, PAETEC, 2004

12

Orientierungsgrundlage zur Anfertigung von Baumdiagrammen:

1. Bestimme die Teilvorgänge, die nacheinander oder gleichzeitig ablaufen sowie alle interessierenden Ergebnisse der Teilvorgänge.
2. Ordne die Teilvorgänge möglichst entsprechend dem zeitlichen Ablauf nacheinander an.
3. Zeichne ein Baumdiagramm, in dem jedes Ergebnis des 1. Teilvorgangs Ausgangspunkt für alle Ergebnisse des 2. Teilvorgangs ist.
Verfahre ebenso mit den weiterhin vorhandenen Teilvorgängen.
4. Jeder Pfad entspricht einem zusammengesetzten Ergebnis.

13

d) Anwendung auf Bernoulli-Vorgänge in Kl. 10

Zufällige Vorgänge, bei denen bezüglich eines Merkmals nur das Eintreten oder das Nichteintreten eines Ereignisses betrachtet wird, heißen **Bernoulli-Vorgänge**.
Eine Untersuchung solcher Vorgänge heißt **Bernoulli-Experiment**.
Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens der betreffenden Ereignisse nennt man **Erfolgswahrscheinlichkeit** oder **Trefferwahrscheinlichkeit**.

Vorgang	Merkmal	Eintreten des Ereignisses	Nichteintreten des Ereignisses
Tom schießt auf eine Torwand.	Treffer	Tom trifft.	Tom trifft nicht.
Herstellen eines Gerätes.	Qualität	Das Gerät ist OK.	Das Gerät hat Fehler.
Werfen eines Würfels.	Augenzahl	Es fällt eine 6.	Es fällt keine 6.
Ablauf einer Sportstunde.	Unfall- geschehen	Es tritt mindestens ein Unfall auf.	Es tritt kein Unfall auf.

Mathematik 10, MV G, S. 143, DUDEN PAETEC, 2008

14

e) Anwendung Aufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit

Unterscheidung von 3 Aufgabentypen:

Aufgabentyp 1:

- einzelne Vorgänge in der Wirklichkeit, die nacheinander ablaufen und in einem inhaltlichen Zusammenhang stehen
- das Eintreten eines Ergebnisses beeinflusst die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse des nachfolgenden Vorgangs
- Modell: Ziehen von Kugeln aus Urnen ohne Zurücklegen
- Berechnung inhaltlich oder mit umgekehrten Baumdiagrammen

Aufgabentyp 2:

- Ergebnissen statistischer Untersuchungen, bei denen an den Objekten die Ausprägungen zweier Merkmale ermittelt wurden.
- sehr viele gleichzeitig in der Wirklichkeit ablaufende zufällige Vorgänge erfasst, deren Ergebnisse gleichzeitig gemessen werden.
- Darstellung der Daten mithilfe einer Vierfeldertafel sowie mit Baumdiagrammen
- Berechnung aus den Daten, Untersuchung der Unabhängigkeit

15

Aufgabentyp 3:

- ein einzelner meist nicht wiederholbarer Erkenntnisprozess, der im Kopf eines bestimmten Menschen abläuft
- Ergebnisse sind Aussagen über ein eingetretenes aber dem Menschen unbekanntes Ergebnis eines zufälligen Vorgangs mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit
- Bedingungen des Vorgangs sind die dem Menschen vorliegenden Informationen über das unbekannte Ergebnis
- Beispiel: Diagnose der Krankheit eines Patienten durch einen Arzt

Erkenntnisvorgang:

Überlegungen des Arztes
im Gespräch mit dem Patienten

↑ ↑ ↑
Informationen durch Patienten,
Kenntnisse des Arztes

$P(K_1) = 60 \%$

$P(K_2) = 40 \%$

Baumdiagramm:

0,6 K_1
0,4 K_2

16

4. Ziele und Aufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit

- im KC:
 - bedingte Wahrscheinlichkeiten und Unabhängigkeit in Anwendungssituationen (Satz von BAYES)
- bisher in Plänen von MV nicht enthalten
- Zeitplanung für Stochastik in Kl. 10/12 erlaubt z. Z. keine ausführliche Behandlung
- Kompromisse:
 - nur in Kl. 10, nur 6 Std.
 - Satz von Bayes nur inhaltlich, Aufgabentyp 3 nur exemplarisch
 - Kein SWK (keine „A0-Aufgaben“)
- Plan: in nächster Runde ausbauen
- Ziele: s. Handout

17

Aufgabe zum reaktivierbaren Wissen und Können

Im Schuljahr 2000/2001 erwarben von den 926 700 Absolventen der allgemein bildenden Schulen in Deutschland 214 000 die allgemeine Hochschulreife, darunter 120 000 von insgesamt 453 400 Mädchen.

- a) Stelle die Daten in einer Vierfeldertafel dar.
- b) Gib die beiden zugehörigen Baumdiagramme an und interpretiere die jeweiligen Pfadwahrscheinlichkeiten.
- c) Untersuche den Zusammenhang zwischen dem Erwerb der allgemeinen Hochschulreife und dem Geschlecht.
- d) Betrachte die Bedingungen der untersuchten Vorgänge, die zur allgemeinen Hochschulreife führen und versuche Ursachen für die in c) festgestellten Ergebnisse zu finden.
- e) Entwirf mit den berechneten bedingten Wahrscheinlichkeiten einen Zeitungsartikel.
- f) Suche in Zeitungen Daten, die in ähnlicher Weise dargestellt und interpretiert werden können.

18

Aufgabe zum exemplarischen Wissen und Können

Zur Diagnose seltener aber gefährlicher Krankheiten (z.B. Aids) existieren sehr empfindliche Testverfahren. So ergibt ein Aidstest mit einer Wahrscheinlichkeit von 99,8 % einen positiven Befund, wenn eine HIV-Infektion vorliegt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99 % fällt bei einem Gesunden der Aidstest negativ (d.h. nicht infiziert) aus. In der Bundesrepublik Deutschland sind in der Altersgruppe von 18 bis 60 Jahren etwa 0,1% mit dem Virus infiziert.

- a) Bei einer Blutuntersuchung auf Aids ergibt sich bei einer Person im Alter von 20 Jahren ein positiver Befund. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die betreffende Person tatsächlich infiziert ist, wenn keine weiteren Informationen über die Person berücksichtigt werden?
- b) Wie ändert sich diese Wahrscheinlichkeit nach einem zweiten positiven Testergebnis?
- c) Welche Konsequenzen ergeben sich für den behandelnden Arzt nach dem ersten Test?

19

- d) Die Wahrscheinlichkeit einer vorliegenden Infektion nach dem ersten Test ist ein überraschendes Ergebnis. Intuitiv wird meist ein viel höherer Wert geschätzt. Eine Ursache für dieses Phänomen ist der sehr geringe Anteil der tatsächlich infizierten Personen und die damit sehr geringe Ausgangswahrscheinlichkeit der Hypothese „Der Patient ist infiziert.“ Mithilfe einer fiktiven Berechnung von zu erwartenden Häufigkeiten kann ein besseres Verständnis für das Ergebnis und sogar eine rechnerische Kontrolle erfolgen. Betrachte dazu 1 000 000 zufällig ausgewählte Personen und berechne mithilfe der gegebenen Wahrscheinlichkeiten folgende zu erwartende Häufigkeiten bzw. Anteile:

- Anzahl der infizierten und Anzahl der nicht infizierten Personen,
- Gesamtzahl der Personen, die einen positiven Befund erhalten,
- Anteil der infizierten Personen unter denen, die einen positiven Befund erhalten.

20

Anne, Ben und Christian haben nach einer Aufnahmeprüfung für ein Schauspielstudium erfahren, dass nur einer von ihnen angenommen wird. Jeder rechnet sich gleich große Chancen aus.

- a) Anne lauscht vor der Tür und hört, dass Christian mit Sicherheit nicht angenommen ist. Wie groß ist nun ihre Chance? Natürlich verrät sie ihr Wissen nicht.
- b) Ben bittet den Protokollanten heimlich um einen Hinweis. Dieser darf nichts über Ben sagen, aber auch nicht, wer gewonnen hat. Wahrheitsgemäß sagt er, dass Christian nicht angenommen wurde. Da nun nur noch Anne und er selbst in Frage kommen, glaubt er, dass er jetzt mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % angenommen wurde. Ist das richtig?

21

Beispiele zur Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen

			
Vorgang	ein Schüler springt	Werfen eines Würfels	Wachstum einer Getreideähre
Merkmal	Zensur für die Weite	Augenzahl	Länge
mögliche Ergebnisse	Zensuren 1 bis 6	1, 2, 3, 4, 5, 6	Längen zwischen 5 cm und 15 cm
Bedingungen	z. B. Sprungkraft, Technik, Anlaufweite, Windbedingungen	z. B. Wurftechnik, Unterlage, Würfel	z. B. Bodengüte, Erbanlagen, Wetter
mögliche Wiederholungen	Alle Schüler einer Klasse springen.	Es werden 600 Würfe untersucht.	Alle Ähren eines Feldes werden geprüft.

Mathematik 6, MV, S. 92, paetec, 2003

22

Anwenden der Prozessbetrachtung auf zufällige Erscheinungen im Alltag

Gib für folgende Vorgänge des Alltags mögliche Ergebnisse bezüglich eines von dir gewählten Merkmals an und erläutere Bedingungen, die auf die Ausprägung des Merkmals Einfluss haben! Plane ein Experiment zur näherungsweisen Ermittlung der Wahrscheinlichkeiten der möglichen Ergebnisse!

- | | |
|--------------------------|---------------------|
| a) Schlafen in der Nacht | b) Frühstück essen |
| c) Spaziergehen | d) Wochenendeinkauf |
| e) Zähne putzen am Abend | |



Mathematik 8, MV G, S. 179, paetec, 2000

23

Elemente des Abschlussniveaus in der Sekundarstufe II

Mindestziele:

- *Kompetenzen bei der Planung von statistischen Untersuchungen*
Die Schüler verstehen, wie die Art der Planung von Studien die Qualität der Daten und der daraus möglichen Schlussfolgerungen maßgeblich beeinflusst.
- *Kompetenzen im Darstellen und Zusammenfassen von Daten*
Die Schüler können zu Datenmengen geeignete Grafiken erstellen, statistische Kennzahlen ermitteln und damit in sinnvoller Weise Fragen beantworten.
Sie kennen einfache Techniken zur Beschreibung und Modellierung von Zusammenhängen zwischen zwei Variablen. Sie verstehen, dass Daten durch Zufall bedingt variieren.
- *Kompetenzen im Modellieren zufälliger Vorgänge*
Die Schüler sind in der Lage, vom Zufall beeinflusste Vorgänge mit Hilfe von Zufallsvariablen zu modellieren. Sie können durch Simulation Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte von Zufallsgrößen schätzen. Sie können eine Wahrscheinlichkeitsverteilung im Sachkontext begründet und adäquat zur Modellierung einsetzen. Insbesondere verstehen sie das Konzept der Binomialverteilung.

30

- *Kompetenzen im Umgang mit dem Kalkül der Stochastik*
Die Schüler kennen die Grundeigenschaften von Wahrscheinlichkeiten und können daraus einfache Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten ableiten und bei konkreten Problemen anwenden. Sie können Kenngrößen von Zufallsvariablen berechnen. Die Schüler erwerben ein inhaltliches Verständnis für den Begriff "bedingte Wahrscheinlichkeit", und für die Bayessche Formel und können sie in Sachsituationen verständlich anwenden. Die Schüler kennen den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit von Ereignissen und können ihn sachbezogen interpretieren. Sie können die Unabhängigkeit in einfachen Fällen als Modellannahme begründen.
- *Kompetenzen im begründeten Schließen in unsicheren Situationen*
Die Schüler haben an Beispielen grundlegende Probleme stochastischer Schlussweisen kennengelernt. Sie verstehen das prinzipielle Vorgehen bei einem Signifikanztest und können anhand eines Beispiels erklären, was eine signifikante Abweichung vom Erwartungswert ist. Insbesondere wissen sie, bei welchen Fragestellungen Signifikanztests ein angemessenes Werkzeug darstellen und bei welchen Problemen diese Tests keine brauchbaren Aussagen liefern. Sie sind imstande, Aussagen über Wahrscheinlichkeiten für Fehler 1. und 2. Art korrekt aufzustellen und zu interpretieren.

31

Erweiterungen und Vertiefungen:

- Die Schüler kennen Charakteristika und Unterschiede von Untersuchungstypen sowie den Effekt der Randomisierung auf die Qualität der Schlussfolgerungen. Sie können eine Studie zu einfachen Untersuchungsfragen planen.
- Die Schüler können die Gestalt der Binomialverteilung aus den Parametern ableiten und den Zusammenhang zu den Kenngrößen Erwartungswert und Varianz herstellen. Sie wissen, wie sich die Gestalt der Binomialverteilung mit wachsendem n ändert. Sie kennen die Bedeutung der $k\sigma$ -Intervalle für große n und können sie bestimmen sowie sachgerecht interpretieren. Sie verstehen die Aussage des Bernoullischen Gesetzes der großen Zahlen.
- Die Schüler können auf der Grundlage der Binomialverteilung einen geeigneten Stichprobenumfang bestimmen, um einen unbekannten Parameter mit einer gewissen vorgegebenen Sicherheit und einer beliebigen vorgegebenen Genauigkeit zu schätzen. Sie sind in der Lage, die Genauigkeit von gegebenen Schätzwerten von Wahrscheinlichkeiten (z. B. Umfrageergebnissen aus den Medien) kritisch zu beurteilen.

32

- Vor dem Hintergrund der Frage: "Wie sicher kann man sich angesichts der vorliegenden Daten sein, dass die Hypothese H zutrifft" lernen die Schüler das Konzept einer Bayes-Analyse kennen, das die Beurteilung von Hypothesen erlaubt. Die Schüler erkennen dabei die grundlegende Rolle des Bayesschen Theorems. Sie sind imstande, eine Bayes-Analyse für einen diskreten Parameterraum durchzuführen.
- Die Schüler kennen die Normalverteilung als Beispiel für eine der wichtigsten nicht diskreten Verteilungen. Sie haben an Beispielen aus den Naturwissenschaften, der Technik, der Wirtschaft oder Soziologie erfahren, dass die Normalverteilung als Idealisierung von Häufigkeitsverteilungen auftritt.
- Die Schüler können auf der Grundlage von selbst aufgestellten Modellen Simulationen von zufälligen Vorgängen komplexerer Natur durchführen und auswerten. Dabei machen sie sich geeignete technologische Hilfsmittel zu nutze. Sie gewinnen aus diesen Simulationen Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten und Erwartungswerte. Sie sind in der Lage, die Genauigkeit der Schätzwerte für Wahrscheinlichkeiten zu beurteilen.

33

- Die Schüler können mit Hilfe von Matrizen einfache stochastische Prozesse über endlichen Zustandsräumen als Markoffketten modellieren und mathematisch begründete Schlussfolgerungen ziehen.
- Die Schüler können Wahrscheinlichkeiten bei der Binomialverteilung unter gewissen Annahmen näherungsweise mit anderen Verteilungen (Normalverteilung bzw. Laplacesche Näherungsformeln, Poissonverteilung bzw. -näherung) berechnen.
- Die Schüler kennen weitere Modellierungstypen (wie z.B. die Polynomialverteilung, hypergeometrische Verteilung) bzw. Aufgabentypen (Geburtstagsproblem, Problem der vollständigen Serie, Rencontre-Problem) und können dazu passende Probleme formulieren und lösen.
- Die Schüler kennen die Polynomialverteilung und deren Annäherung durch die Chi-Quadrat-Verteilung. Sie können den Chi-Quadrat Test zur Güte der Anpassung anwenden und angemessen interpretieren.



34