


Universität Rostock Traditio et Innovatio

Probleme der Klassifizierung von Daten-,
 Skalen- und Merkmalsarten und ihrer
 Vermittlung in einer Fortbildung für
 Grundschullehrkräfte

Hans-Dieter Sill; Grit Kurtzmann



24.11.2013 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

1


Universität Rostock Traditio et Innovatio

**Probleme mit Diagrammen
 in der Grundschule**

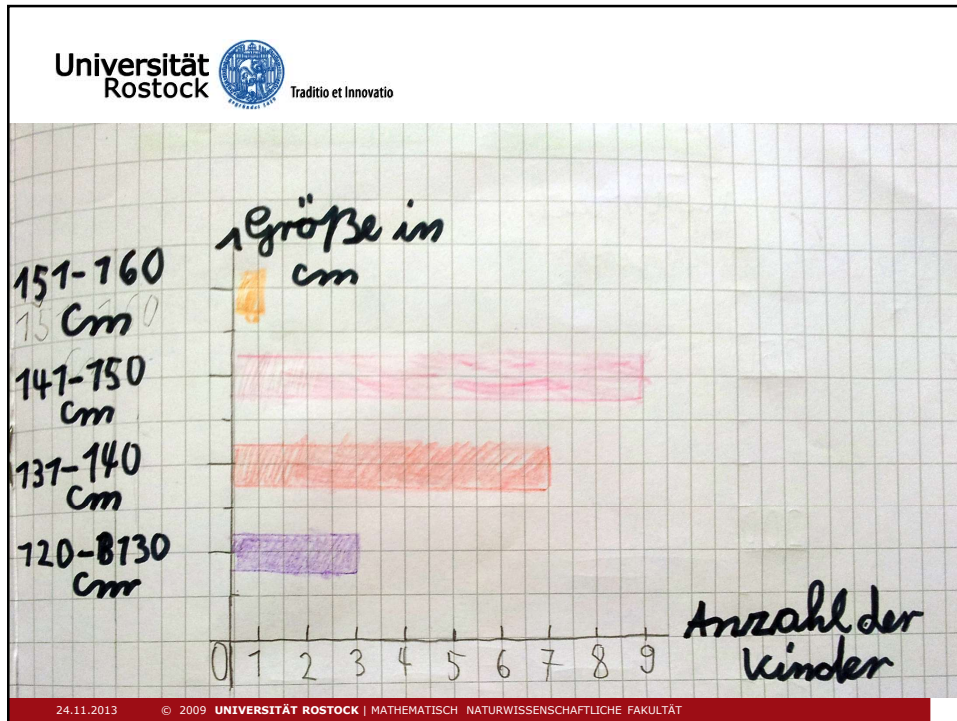
Entwicklungskonzept und Stolpersteine schon vorgestellt

Schlussfolgerungen aus den Erfahrungen:

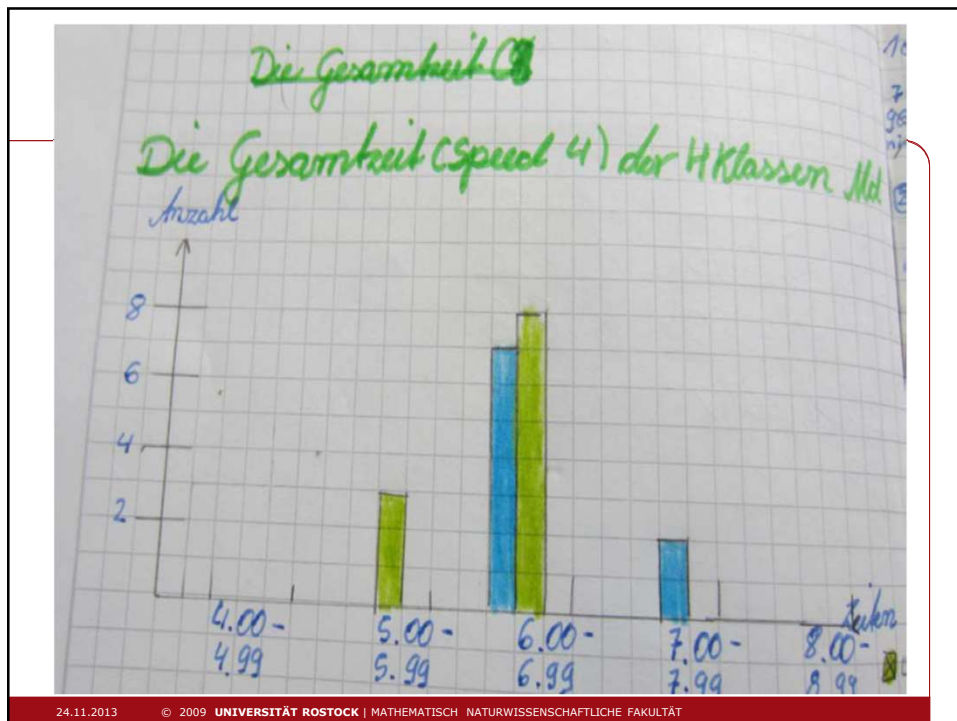
- Daten- bzw. Skalenarten müssen intensiv behandelt werden
 - Einordnungsübungen mit verschiedenen Beispielen
 - Fehleranalyse aus Schülerarbeiten
 - Fehleranalyse in Schulbüchern
- Reduzierung der Skalenarten in der ersten Erprobung auf Nominalskalen und Rangskalen
- Gruppenarbeitsphase zur Ideenfindung und Vorbereitung der Arbeitsphase (Erprobung)

24.11.2013 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

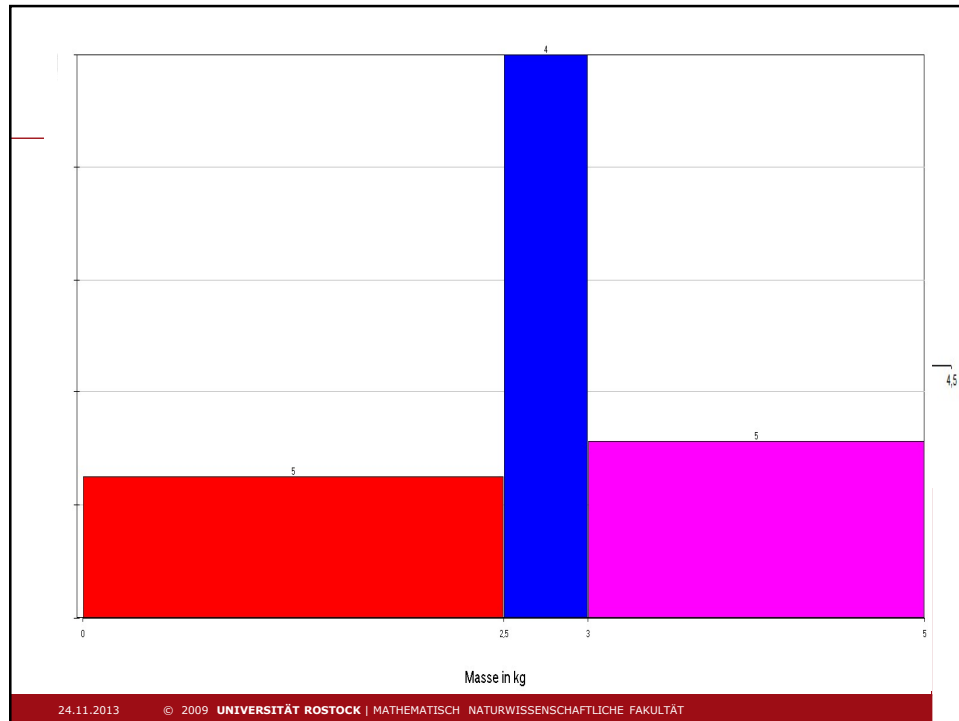
2



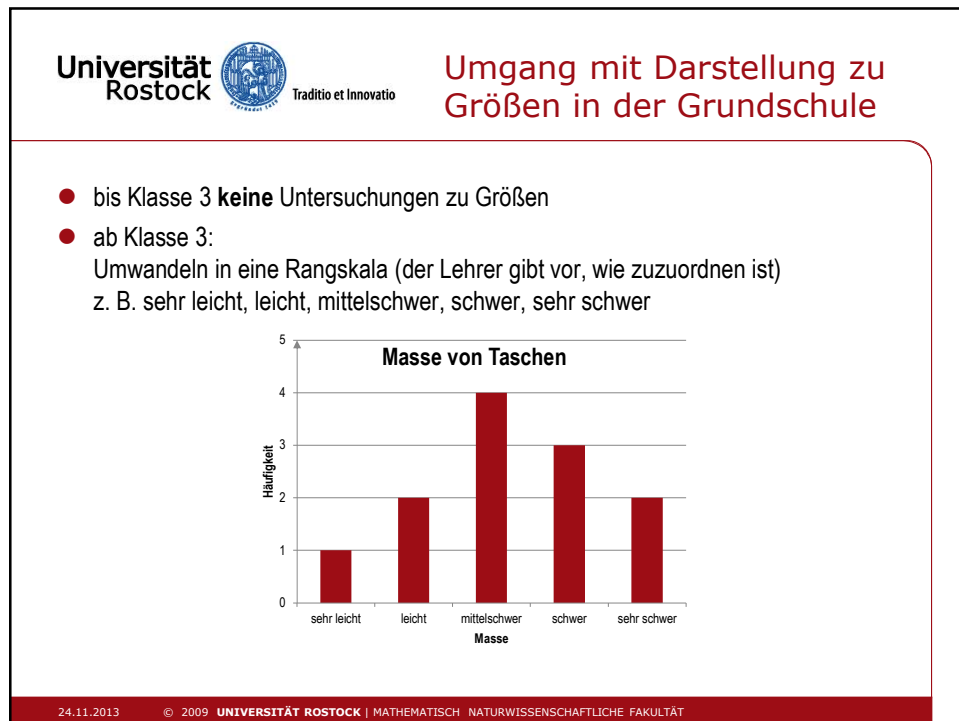
3



4



5



6

Aussagen in der Literatur zu Merkmalen, Skalen, Daten

- Begriffe **Merkmal**, **Variable**, **Merkmalsausprägung**:

- „Unter einem Merkmal versteht man eine Klasseneinteilung der Grundgesamtheit.“ Fersch, 1978, S. 17
- An den statistischen Einheiten, die in eine Stichprobe gelangt sind, werden interessierende Größen beobachtet, die sogenannten *Merkmale* oder auch *Variablen*.“ Fahrmeir 2007, S. 15
- „Die Eigenschaft des Merkmalsträgers, die bei der statistischen Untersuchung von Interesse ist, wird als Merkmal bezeichnet.“ Bourier 2011, S. 8
- "Dabei ist ein *Merkmal* eine zu untersuchende Größe der Beobachtungseinheit. Werte, die von Merkmalen angenommen werden können, heißen *Merkmalsausprägungen*" Henze 2008, S. 24
- "Das Merkmal Ω lässt sich mathematisch als Menge, festgelegt durch ihre Elemente, die Merkmalsausprägungen, fassen..." Eichler/Vogel 2011, S. 4
- "'Variable' ist die Bezeichnung für eine Menge von Merkmalsausprägungen." Schäfer 2010, S. 27
- „Unter einer Merkmalsausprägung versteht man eine der grundsätzlich möglichen Ausformungen eines Merkmals bei einem Merkmalsträger.“ {Degen 2002 #104: 12}

Aussagen in der Literatur zu Merkmalen, Skalen, Daten

- **Merkmalsarten:**

- dichotomes, Nominal-, Rang-, metrisches Merkmal
- nominalskaliertes, rangskaliertes, metrisch skaliertes Merkmal
- qualitatives, quantitatives Merkmal
- artmäßiges, intensitätsmäßig abgestuftes Merkmal
- kategoriales, numerisches Merkmal
- diskretes, stetiges (kontinuierliches), quasi-stetiges Merkmal
- diskretisiertes stetiges Merkmal
- häufbares, nicht-häufbares Merkmal
- erschöpfendes Merkmal
- Identifikationsmerkmal

- Begriff **Skala**:

- „Der Begriff „Skala“ beschreibt die Beschaffenheit des empirischen und des numerischen Relativs sowie eine Abbildungsfunktion, die die beiden verbindet.“ Schäfer 2010, S. 33



Aussagen in der Literatur zu Merkmalen, Skalen, Daten

- „Wir behandeln die Skala als grundlegende Eigenschaft eines Merkmals, obwohl Merkmale, wie etwa die Wassertemperatur, auch mit unterschiedlichen Messinstrumenten „gemessen“ werden können, etwa mit einem Thermometer oder der Hand.“ Eichler/Vogel 2011, S. 5
- **Skalenarten:**
 - Ratingskalen
 - Nominal-, Ordinal-, Rang-, Intervall-, Verhältnis-, Absolut-, Einheits-, Ratio-, Kardinalskala
 - metrische Skala
- **Begriff Daten:**
 - „Die bei der statistischen Untersuchung an einer bestimmten statistischen Einheit (Merkmalsträger) einer statistischen Masse hinsichtlich eines bestimmten Merkmals festgestellte Merkmalsausprägung heißt Beobachtungswert.“ Degen 2002, S. 12
 - „Registrierte Merkmalsausprägungen werden als statistische Daten bezeichnet.“ Kütting 2011, S. 10



Aussagen in der Literatur zu Merkmalen, Skalen, Daten

- „Hinsichtlich eines Merkmals bezeichnet man das Paar, das aus einem Merkmalsträger (also einer Untersuchungseinheit) und einer Merkmalsausprägung besteht, als statistisches Datum. Wenn also von statistischen Daten gesprochen wird, ist eine Menge solcher Paare gemeint.“ Eichler/Vogel 2011, S. 4
- **Datenarten:** analog zu Skalenarten
- **Begriff Messen:**
 - „Beim Messen werden häufig die Begriffe empirisches und numerisches Relativ wendet. Das *empirische Relativ* bezieht sich dabei auf die tatsächlichen (empirischen) Verhältnisse oder Tatsachen in der Welt. ... Die Idee beim Messen ist es nun, jeder Person einen Zahlenwert für die Stärke ihrer Aggressivität zuzuordnen. Diese Zahlen sollen möglichst gut die tatsächliche Stärke der Aggressivität wiedergeben oder abbilden. Sie bilden dann das *numerische Relativ*.“ Schäfer, S. 25/26
 - „Messen heißt, dass den Eigenschaften von statistischen Einheiten nach bestimmten Regeln Zahlen zugeordnet werden. Die Messlatte, die diesem Messvorgang zugrunde liegt, nennt man Skala.“ Degen 2002, S. 14



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Realität

Vorgang: Daniel macht eine Weitsprung

Resultate (Ergebnisse, Merkmalsträger):

- Absprung: Lage der Fußspitze: vor, auf oder hinter dem Balken
- Landung: Abdruck im Sand: Form, Lage, erkennbar oder nicht genau erkennbar

Eigenschaften (Merkmale) der Resultate:

- „übertreten“
- Konturen verwischt
- Abstand des dichtesten Punkts des Abdrucks zum Balken als reale Erscheinung



Daniel überzeugte im Weitsprung mit 2,10 Meter.

<http://www.emsturbos.de/berichte/b-070901.html>

24.11.2013

© 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

11



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Bilden und Verwenden eines Realmodells

Modellannahmen:

- gültiger Sprung
- Abdruck deutlich erkennbar
- Klassische Physik

Merkmalsträger: gültige Sprünge (Abdrücke im Sand)

Messvorgang: Anlegen eines Bandmaßes

Merkmal: Sprungweite als Funktion auf der Trägermenge

Bedingungen:

- Sprungkraft des Schülers
- Sprungtechnik des Schülers
- Windverhältnisse beim Sprung

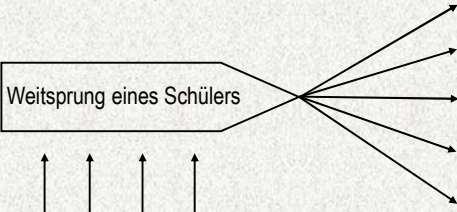
mögliche Ergebnisse:
(Merkmalsausprägungen):
alle Werte, die auf dem Bandmaß ablesbar sind,
z. B. 2,74 m

Skala: 1 cm bis 1000 cm, gleicher Abstand

Daten: Längenwerte

Kenngößen: alle anwendbar

Diagramme: Stamm-Blätter-Diagr., Streifendiagr.



24.11.2013

© 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

12

Bilden und Verwenden eines mathematischen Modells

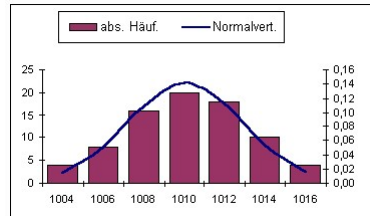
Sprungweite als Zufallsgröße

Die Sprungweite S ist eine Funktion $W \rightarrow \mathcal{H}$, die jedem Größenwert $w \in W$ eine Zahl $s \in \mathcal{H}$ eindeutig zuordnet.

Ist $w = a$ cm, so ist $s = a$.

Mögliche Aufgabenstellungen:

- Modellierung einer Häufigkeitsverteilung der Sprungweiten eines Schülers/einer Schülerpopulation durch eine Wahrscheinlichkeitsverteilung
- Vergleich von Verteilungen
- Faktorenanalysen



http://www.ammu.at/archiv/15/15_1.htm

Klasseneinteilung der Füllmengen:

1003 g bis unter 1005 g,

1005 g bis unter 1007 g etc.

Realität

Vorgang: Willi würfelt mit einem Spielwürfel auf einem Tisch

Resultate (Ergebnisse):

- Würfel fällt vom Tisch und liegt auf dem Boden
- Würfel liegt „auf Kippe“
- Würfel liegt auf einer Spitze
- Würfel liegt an einer Stelle auf einer Seitenfläche

Eigenschaften (Merkmale) der Resultate:

- Abstand zur Tischkante
- Winkel der Seitenflächen zum Tisch
- Punktzahl auf der oben liegenden Seite



[http://de.wikipedia.org/wiki/Zehntausen Spiel](http://de.wikipedia.org/wiki/Zehntausen_Spiel)



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Bilden und Verwenden eines Realmodells

Modellannahmen:

- gültiger Wurf
- glatte Unterlage
- Würfel liegt auf einer Seite

Bedingungen:

- Beschriftung des Würfels
- Wurftechnik

Merkmalsträger: Endlagen des Würfels

Messvorgang: Ablesen der Markierung auf der oben liegenden Fläche

Merkmal: Augenzahl als Funktion auf der Trägermenge

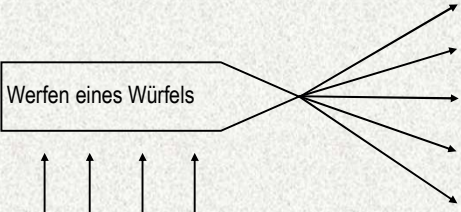
mögliche Ergebnisse:
(Merkmalsausprägungen):
alle Augenzahlen von 1 bis 6

Skala: Augenzahlen 1 bis 6, gleicher Abstand

Daten: Augenzahlen 1 bis 6

Kenngroßen: alle

Diagramme: Strecken- und Streifendiagramm



24.11.2013 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

15



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Bilden und Verwenden eines mathematischen Modells

Zufallsexperiment:

Zufallsgerät: Würfel (im mathematischen Sinne), bei dem jeder der sechs Seiten genau einer der Zahlen 1 bis 6 zugeordnet ist

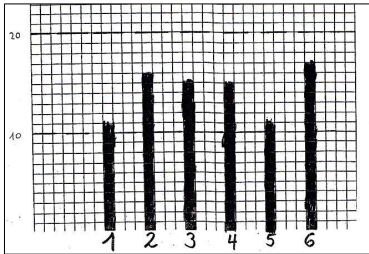
Ergebnismenge: $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Wahrscheinlichkeitsverteilung: $P(k) = \frac{1}{6} \quad k \in E$

Ereignisse als Teilmengen der Ergebnismenge

Mögliche Aufgabenstellungen:

- Berechnen von Wahrscheinlichkeiten für bestimmte Ereignisse
- Testen einer empirischen Verteilung auf Gleichverteilung



Ergebnisse von 85 Würfeln mit einem Spielwürfel in einer 3. Klasse, (Hasemann 2010)

24.11.2013 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

16



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Realität

Vorgang: Paul schreibt eine Mathematikarbeit

Resultate (Ergebnisse, Merkmalsträger):

- geschriebene Arbeit: alle möglichen Antworten von Paul
- Paul verweigert die Leistung.
- Paul bricht wegen Erkrankung die Arbeit ab.



http://www.t-online.de/eltern/schulkind/id_4099820/6/schlechter-schulerfolg-von-jungs-lehrerinnen-sind-nicht-schuld.html

Eigenschaften (Merkmale) der Resultate:

- Lesbarkeit
- Übereinstimmung mit Musterlösung
- Originalität der Antworten
- Art der Fehler
- Leistung in Bezug auf Anforderungen in der Arbeit

24.11.2013
© 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

17



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Bilden und Verwenden eines Realmodells

Modellannahmen:

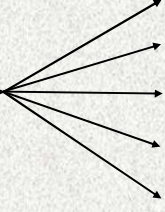
- Schüler verweigert nicht die Leistung und ist motiviert
- Schüler ist gesund

Merkmalsträger: die Arbeit des Schülers

Messvorgang: Bewerten der Arbeit mit einer Note

Merkmal: Note als Funktion auf der Trägermenge

Schüler schreibt eine Arbeit



mögliche Ergebnisse:
(Merkmalsausprägungen):
Noten von 1 bis 6

Bedingungen:

- mathematische Fähigkeiten
- allgemein-geistige Fähigkeiten
- vorheriger Unterricht
- Vorbereitung der Arbeit

Skala: Noten von 1 bis 6, kein gleicher Abstand

Daten: Noten

Kenngößen: kein arithmetisches Mittel

Diagramme: Strecken- und Streifendiagramm

24.11.2013
© 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

18

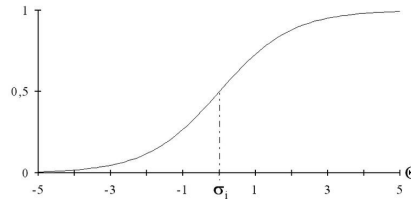
Bilden und Verwenden eines mathematischen Modells

z. B. Rasch-Modell

Lösungswahrscheinlichkeit eines Items als Funktion der „mathematischen Fähigkeit“ des Schülers

Mögliche Aufgabenstellungen:

- Vergleiche von Schülerleistungen
- Schätzen von Parametern
- Normierung von Items



<http://de.wikipedia.org/wiki/Rasch-Modell>

Realität

Vorgang: Herausbilden von Geschlechtsmerkmalen

Resultate (Ergebnisse):

- bestimmte Art der primären, sekundären und tertiären Geschlechtsmerkmale
- Transgender
- Intersexuelle

Eigenschaften (Merkmale) der Resultate:

- Art des Chromosomensatzes (weiblich, männlich, intersexuell)
- Verhältnis und Menge der Geschlechtshormone
- Stärke des Haarwuchses
- Art des soziokulturellen Verhaltens

Junge oder Mädchen?



<http://www.kinderwunsch.medhost.de/junge-maedchen.html>





Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Bilden und Verwenden eines Realmodells

Modellannahmen:

- nur primäre Merkmale
- Geschlecht eindeutig festgelegt
- Intersexualität vernachlässigt

Herausbilden der primären Geschlechtsmerkmale

Bedingungen:

- Gene
- soziales Umfeld

Merkmalsträger: Menschen (Schüler)

Messvorgang: Beobachtung, Befragung

Merkmal: surjektive Abbildung von T auf $W = \{\text{männlich, weiblich}\}$

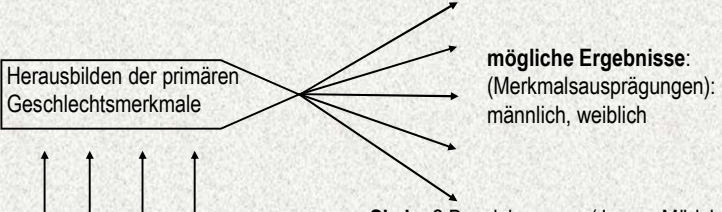
mögliche Ergebnisse:
(Merkmalsausprägungen):
männlich, weiblich

Skala: 2 Bezeichnungen (Junge, Mädchen)

Daten: Bezeichnungen

Kenngroßen: nur Modalwert

Diagramme: Strecken- und Streifendiagramm



24.11.2013 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

21



Universität
Rostock

Traditio et Innovatio

Analyse von Beispielen

Bilden und Verwenden eines mathematischen Modells

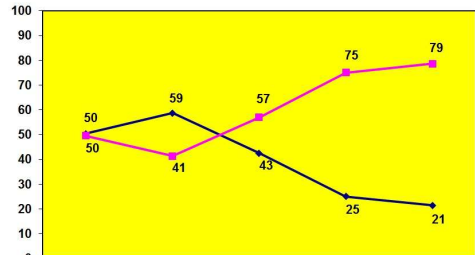
Geschlecht als Zufallsgröße

Dem Geschlecht „männlich“ wird die Zahl 0 und dem Geschlecht „weiblich“ die Zahl 1 zugeordnet.

Mögliche Aufgabenstellungen:

- Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung aus Daten
- Faktorenanalysen

Geschlechterverteilung nach Qualifikationsstufen der Universität Duisburg-Essen 2012



	Studierende	AbsolventInnen	Promotionen	Habilitationen	Professuren
→ Frauen in %	60	59	43	25	21
→ Männer in %	60	41	57	75	79

24.11.2013 © 2009 UNIVERSITÄT ROSTOCK | MATHEMATISCH NATURWISSENSCHAFTLICHE FAKULTÄT

22

a) Es sind 3 Ebenen zu unterscheiden.

1. **Ebene der realen Vorgänge und Objekte** (als Resultate von Vorgängen)
 - Objekte als Träger von Eigenschaft
2. **Ebene der Realmodelle (1. Modellebene)**
 - Vereinfachungen, Reduktionen, realer Vorgänge und Objekte (Trägermengen)
 - Festlegung von Verfahren zur Messung von Eigenschaften der Objekte
 - Definition von Operationen oder Relationen in der Menge der gemessenen Werte
 - Definition von Merkmalen als Funktionen auf Trägermengen
 - Anwenden von Methoden und Verfahren der Beschreibenden Statistik
3. **Ebene der theoretischen Modelle (2. Modellebene)**
 - Festlegen von Ergebnis- und Wahrscheinlichkeitsräumen
 - Definieren von Zufallsgrößen
 - Anwenden von Methoden und Verfahren der Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematischen Statistik

b) Problem: gleiche Bezeichnungen für verschiedene (komplementäre) Begriffe

- **Vorgang**
 - realer Vorgang (Ebene 1)
 - vereinfachter Vorgang im Realmodell (Ebene 2)
 - Vorgang im theoretischen Modell (Ebene 3, Zufallsexperiment)
- **Ergebnis (Resultat, Ereignis)**
 - real existierendes Resultat eines Vorgangs (Ebene 1)
 - Wert eines Merkmals (Ebene 2)
 - Element einer Ergebnismenge (Ebene 3)
- **Merkmal (Eigenschaft)**
 - Klasse von real existierenden Eigenschaften (Ebene 1)
 - Funktion auf einer Trägermenge (Ebene 2)
- **Merkmalsausprägung**
 - reale Ausprägung eines Merkmals (Ebene 1)
 - Wert eines Merkmals (Ebene 2)

c) Bemerkungen zu anderen Fachbegriffen und Sprechweisen

- **statistische Einheit:**
 - synonym zu Merkmalsträger
- **Variable**
 - synonym zu Merkmal auf den Ebenen 2 und 3
- **latentes Merkmal (Variable)**
 - theoretisches Konstrukt zu einem (realen) Merkmal eines Objektes, das nicht direkt gemessen werden kann, Bsp.: Sprungfähigkeit, mathematische Fähigkeit
 - Messung: Ratingskalen, mathematische Modelle zu metrischen Daten
- **Größe (im physikalische Sinne)**
 - Größen sind intervallskalierbare Merkmale auf Trägermengen
- **„Messen heißt Vergleichen mit Einheiten“**
 - stimmt so allgemein nicht, gilt nur bei Verwendung metrischer Skalen
- **„Messdaten“ als Synonym für „metrische Daten“**
 - stimmt nicht, da auch andere Datenarten gemessen werden

c) Bemerkungen zu anderen Fachbegriffen und Sprechweisen

- „Größen sind messbare Merkmale von Objekten“
 - stimmt so allgemein nicht, nicht alle messbaren Merkmale sind Größen

**1. Keine neuen Bezeichnungen einführen!**

- Die Bedeutung der Wörter sollte sich aus dem Kontext erschließen (Bsp.: Würfel)
- Sind mehrere Bezeichnungen vorhanden, könnten Sprachkonventionen die Erschließung der Bedeutung erleichtern.
Bsp.: Resultat (E 1), Ergebnis (E 2), Ereignis (E 3)

2. Auf eine Klassifizierung von Merkmalen verzichten!

- Die Begriffe *stetig* und *diskret* sind Elemente der Ebene der mathematischen Modelle und können dort als Eigenschaften von Zufallsgrößen definiert werden. Gemessene Werte in Realmodellen sind immer diskret.
- Die Konsequenzen für die Auswahl von Kenngrößen und Diagrammarten können auch ohne die Klassifizierung von Merkmalen aus der Art der Skala abgeleitet werden.
- Es ist ausreichend, nur eine Klassifizierung von Skalen vorzunehmen: *Nominalskala*, *Rangskala*, *metrische Skala*.
- In metrischen Skalen können die Skalenwerte *diskret* oder *dicht* liegen.

**3. Die Messvorgänge deutlicher herausstellen!**

- Ein Merkmal kann mit verschiedenen „Messgeräten“ (Skalen) gemessen werden.
Bsp.: Sprungweite: Bandmaß, Noten, Kategorien (kurz, normal, weit)
- Ermittelte Werte können auch nachträglich umskaliert werden.
Bsp.: Zeitangaben in Rangdaten

4. Ein Arbeiten auf der Ebene der Realmodelle ist oft ausreichend!

- In der Primarstufe kann auf die Ebene der mathematischen Modelle verzichtet werden, also z. B. Verzicht auf die Begriffe Zufallsexperiment und Ereignis.

Was ist Stochastik?

„... Stochastik als integrierte Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik ... Die beurteilende Statistik stellt eine Synthese von beschreibender Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung dar ...“ Büchter/Henn 2007, S. 8/9

„Im Unterschied zur induktiven Statistik verwendet die deskriptive keine Stochastik. Die *explorative Datenanalyse* ... verwendet zwar ebenfalls keine Stochastik, also auf Wahrscheinlichkeitstheorie basierende Verfahren, aber einige ihrer Methoden sind durchaus von der induktiven Statistik beeinflusst.

Die *induktive* Statistik versucht, durch geeigneten Einbezug von Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastik ... allgemeinere Schlußfolgerungen für umfassendere Grundgesamtheiten zu ziehen ...“ Fahrmeir 2007 S. 11-13

„Das Gebiet der Statistik läßt sich in drei Teilgebiete untergliedern:

- Beschreibende Statistik
- Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Schließende Statistik“ Bourier 2011, S. 1

Sprungweite als Funktion auf einer Trägermenge

Es sei T die Menge aller gültigen und mit einem Bandmaß messbaren Weitsprünge und W die Menge aller möglichen Messwerte.

Die Sprungweite w ist eine Funktion $T \rightarrow W$ mit folgenden Eigenschaften:

1. Zu jedem $y \in W$ gibt es ein $t \in T$ mit $w(t) = y$.
2. Im Wertebereich W ist eine Verknüpfung $/ : W \times W \rightarrow \mathcal{M}^*$ definiert, die folgende Bedingungen erfüllt:

- a) $(x / y) \cdot (y / z) = x / z$ für alle $x, y, z \in W$
- b) Wenn $x / y = 1$, dann ist $x = y$ für alle $x, y \in W$

W : 1 cm, 2 cm, 3 cm, ..., 1000 cm

$x / y := \frac{a}{b}$ mit $x = a$ cm und $y = b$ cm für alle $a, b \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 1000\}$

Quelle: Griesel, Heinz: Zur didaktisch orientierten Sachanalyse des Begriffs Größe.
In: JMD 18(1997)4, S. 259-284



Augenzahl als Funktion auf einer Trägermenge

Es sei T die Menge aller Endlagen eines Würfels und W die Menge der Beschriftungen der 6 Seitenflächen.

Die Augenzahl a ist eine Funktion $T \rightarrow W$ mit folgenden Eigenschaften:

1. Zu jedem $y \in W$ gibt es ein $t \in T$ mit $a(t) = y$.
2. Im Wertebereich W ist eine Verknüpfung $/ : W \times W \rightarrow \mathcal{H}^*$ definiert, die folgende Bedingungen erfüllt:

- a) $(x / y) \cdot (y / z) = x / z$ für alle $x, y, z \in W$
- b) Wenn $x / y = 1$, dann ist $x = y$ für alle $x, y \in W$

$W = \{\text{Augenzahl 1, Augenzahl 2, Augenzahl 3, Augenzahl 4, Augenzahl 5, Augenzahl 6}\}$

$x / y := \frac{a}{b}$ mit $x := \text{Augenzahl } a$ und $y := \text{Augenzahl } b$ für alle $a, b \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



Noten als Funktion auf einer Trägermenge

Es sei T die Menge aller möglichen Schülerarbeiten bei einer Klassenarbeit und W die Menge der Noten.

Die Note N ist eine Funktion $T \rightarrow W$ mit folgenden Eigenschaften:

1. Zu jedem $y \in W$ gibt es ein $t \in T$ mit $N(t) = y$.
2. Im Wertebereich W ist eine Relation R definiert, die folgende Bedingungen erfüllt:

- a) Wenn $x R y$ und $y R x$, dann ist $x = y$ für alle $x, y \in W$
- b) Es gilt $x R x$ für $x \in W$
- c) Wenn $x R y$ und $y R z$, dann gilt $x R z$ für alle $x, y, z \in W$

$W = \{\text{Note 1, Note 2, Note 3, Note 4, Note 5, Note 6}\}$

R : Die Note ist besser oder gleich. $n_i R n_j$ wenn $i \geq j$

