

Vergleich der Bildungsstandards von 2004 und 2022 zum Stochastikunterricht in der Primarstufe¹

HANS-DIETER SILL, ROSTOCK

Zusammenfassung:

Im Mittelpunkt des Beitrages steht eine kritische Analyse der Bildungsstandards für die Primarstufe von 2004 und 2022 für die Bereiche Stochastik und Kombinatorik. Einleitend wird auf einige Probleme in der Literatur vor dem Beschluss der Bildungsstandards eingegangen. An Beispielen wird auf Probleme in Schulbüchern und Fachpublikationen hingewiesen, die eine Folge der Bildungsstandards sind. Es werden die Aktivitäten des AK Stochastik zu dem Thema dargestellt. Abschließend wird ein System von Entwicklungslinien stochastischen Wissens und Könnens für die Primarstufe vorgeschlagen.

Theorie und Praxis des Stochastikunterrichts in der Primarstufe vor dem Beschluss der Bildungsstandards 2004

Vor der Einführung der Bildungsstandards für die Primarstufe im Jahre 2004 gab es einige wissenschaftlicher Publikationen zur Behandlung von Elementen der Stochastik in der Primarstufe. Die Bücher von Lindenau und Schindler (1977) und Kütting (1994) hatten aus meiner Sicht einen wesentlichen Einfluss auf die Entwicklung des Stochastikunterrichts in dieser Schulstufe. Lindenau und Schindler schlugen u. a. folgendes vor:

- Als Ausgangspunkt sollten im Unterricht die Begriffe „Zufall“ und „zufällig“ gewählt werden. Es werden die Begriffe „Zufallsexperiment“, „zufälliges Ereignis“ und als zentrale Kategorie „Urnenexperiment“ im Unterricht verwendet.
- Bereits in Klasse 3 sollten Experimente zum empirischen Gesetz der großen Zahlen durchgeführt werden.
- In den Vorschlägen für die Klassen 3 bis 6 finden sich lediglich Glücksspiele.
- Der Begriff „Wahrscheinlichkeit“ wird erst in Klasse 6 als Verhältnis eingeführt.

Kütting (1994) schlägt vier Stufen zur Einführung der Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Primarstufe vor, die mit folgenden Überschriften versehen sind: 1. Zufallsexperimente, 2. Ergebnismengen, 3. Ereignisse, 4. Wahrscheinlichkeit. In beiden Publikationen kommen als Zufallsexperimente ausschließlich Spielsituationen vor.

Vorschläge zur propädeutischen Behandlung der Beschreibenden Statistik sind in beiden Büchern nicht enthalten.

Aus den wenigen Informationen ist bereits zu entnehmen, dass sich die Autoren dieser Bücher vor allem an den formalen Momenten der Stochastik orientierten. Die vielfältigen nichtformalen Aspekte (vgl. (Sill 2022) zu den Aspekten des Wahrscheinlichkeitsbegriffs), die für einen kindgerechten und lebensnahen Stochastikunterricht von wesentlicher Bedeutung sind, wurden nicht berücksichtigt.

Es gab aber auch andere Vorschläge und warnende Stimmen. So vertrat Heitele (1977, S. 305) folgende Ansichten:

- Der Einstieg in die Stochastik sollte vorwiegend aus der Welt des Kindes erfolgen.
- Es sollte mit qualitativen bzw. komparativen Wahrscheinlichkeiten begonnen werden.
- Begriffsexplikationen, wie etwa zum Zufallsexperiment sind inadäquat.

Auf der Grundlage von eigenen Unterrichtserfahrungen regte Winter (1976) an, dass die stochastischen Erfahrungen unmittelbar einen Beitrag zur Welter-schließung liefern müssen. Er sprach sich deutlich gegen eine „Reform von oben“ aus.

Dies entsprach auch den Erfahrungen bei der Einführung des Stochastikunterrichts in Ungarn (Varga 1972). Dort wurde Stochastikunterricht in der Primarstufe ab 1974 schrittweise durch Erfassung immer weiterer Schulen eingeführt. Als grundlegendes didaktisches Mittel wurde die Wahrscheinlichkeits-skala verwendet. Varga schätzte ein, dass es sich um eine Aufgabe für Generationen handelt.

In einigen Bundesländern wurden bereits vor der Einführung der Bildungsstandards Elemente der Stochastik in Lehrpläne der Primarstufe integriert. Eine Analyse des AK Stochastik zu diesen Inhalten in Primarstufenlehrplänen aller Bundesländer (BL) im Jahre 2000 ergab, dass

- Elemente der Beschreibenden Statistik in 8 BL
- Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung in 3 BL

enthalten waren.

¹ Überarbeitete Fassung eines Vortrages auf der Herbsttagung AK Stochastik 10.12.2022 in Kassel

Vom AK Stochastik wurden 2003 Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts erarbeitet (Arbeitskreis Stochastik der GDM 2003). Für das Abschlussniveau in der Primarstufe wurden folgende Empfehlungen gegeben:

„Am Ende der Primarstufe sollten Schülerinnen und Schüler

1. Probleme kennen und Fragen selbst stellen können, die sich mithilfe von Daten beantworten lassen,
2. erste Erfahrungen im Erfassen und Aufbereiten von Daten mit Strichlisten, Häufigkeitstabellen, Strecken- und Streifendiagrammen besitzen,
3. Informationen aus einfachen Diagrammen entnehmen können,
4. die Wahrscheinlichkeit von einfachen Ereignissen auf der Grundlage von Daten, Erfahrungen oder der Analyse der Bedingungen des Vorgangs qualitativ vergleichen und einschätzen können,
5. über erste Erfahrungen mit einfachen Zufallsexperimenten verfügen.“ (Arbeitskreis Stochastik der GDM 2003, S. 23)

Es ist erkennbar, dass die theoretischen Begriffe „Ergebnismenge“ und „Ereignis“ sowie Experimente zum empirischen Gesetz der großen Zahlen nicht vorkommen, der problematische Begriff „Zufall“ nicht auftritt und auch keine Elemente der Kombinatorik vorgeschlagen wurden, die vom AK nicht als Bestandteil der Stochastik angesehen werden. Weiterhin ist ein komparativer und qualitative Zugang zum Wahrscheinlichkeitsbegriff konzipiert. Der Standpunkte 5 wurden im Ergebnis weiterer Forschungen von Mitgliedern des AK problematisiert, wie im Folgenden noch dargestellt wird.

Zu den Bildungsstandards von 2004

Mit den zentralen Bildungsstandards für die Primarstufe von 2004 (KMK 2004b) erfolgte dann aber eine „Reform von oben“. Die Bildungsstandards wurden von einer Arbeitsgruppe entwickelt, deren Mitglieder fast ausnahmslos aus der Schuladministration kamen. Eine Beteiligung von Fachdidaktikern war nicht vorgesehen. Diese personelle Konstellation könnte eine der Ursachen dafür sein, dass insbesondere die Vorschläge aus dem Arbeitskreis Stochastik nicht berücksichtigt wurden. Es erfolgte eine Orientierung an den dargestellten Ansichten von Lindenau/Schindler und Küting und eine entsprechende Verwendung fachwissenschaftlicher Termini. Dies zeugt von einer falsch verstandenen Wissenschaftlichkeit und widerspricht dem Prinzip der Propädeutik.

Inhalte der Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit in den Bildungsstandards 2004:

„Daten erfassen und darstellen:

- in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen;
- aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen

Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen:

- Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich);
- Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen“ (KMK 2004b, S. 11)

Bemerkungen zu den Bildungsstandards von 2004

Es sind folgende fachlich nicht korrekte Formulierungen enthalten:

- „Schaubild“ ist kein Begriff der Beschreibenden Statistik und zudem nicht definierbar.
- Die Wörter „sicher“ und „unmöglich“ können nur in Verbindung mit dem Substantiv „Ereignis“ als Grundbegriffe der Stochastik bezeichnet werden.
- Das Wort „wahrscheinlich“ ist kein Grundbegriff der Stochastik.

Weiterhin gibt es folgende inhaltliche Probleme und Mängel:

- Die in den Überschriften auftretenden Begriffe „Ereignis“ und „Zufallsexperiment“ sind Begriffe auf der theoretischen Ebene und sollten nicht in die Primarstufe thematisiert werden.
- Die Formulierung „bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen)“ orientiert einseitig auf den Glücksspielbereich.
- Das Stammwort „Chancen“ verwirrt. Chance ist ein Zahlenverhältnis, der Bezug zum Begriff „Wahrscheinlichkeit“ ist oft nicht bekannt.

Positiv ist zu sehen, dass Elemente der Kombinatorik in die Leitidee „Zahlen und Operationen“ aufgenommen wurden. Dort heißt es: „einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen“. Davon abgesehen, dass Knobelaufgaben kein Spezialfall

kombinatorische Aufgaben sind, handelt es sich um sinnvolle Formulierungen.

Der theoretische Begriff Zufallsexperiment wird, legitimiert durch die Bildungsstandards, in vielen Fachpublikationen und in Schullehrbüchern verwendet. Nach (Sill und Kurtzmann 2019, 214 ff.) sind damit folgende Probleme verbunden:

- Ein Zufallsexperiment ist *keine* besondere Form eines Experimentes, was durch die Wortverbindung nahegelegt wird und auch in Publikationen so thematisiert wird.
- Der Begriff „Zufallsexperiment“ ist kein Fachterminus der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Er wird nur in einigen Fachbüchern zur Erläuterung der Bezüge zur Realität verwendet.
- Er wird in diesen Fällen als Modell angesehen für bestimmte reale Vorgänge in zahlreichen Bereichen, wie in der Medizin, der Technik, der Soziologie und prototypisch auch im Glücksspielbereich.
- Der Begriff ist ein theoretischer Begriff auf der Modellebene und damit für einen propädeutischen Unterricht nicht geeignet.
- Wie die aktuelle Situation in der Literatur zeigt, wird durch diesen Begriff einseitig auf Vorgänge im Glücksspielbereich bzw. mit „Zufallsgeneratoren“ orientiert. Damit entsteht ein sehr einseitiges Bild bei den Lernenden, Stochastik heißt für viele, es wird immer nur gewürfelt.

Zu den Bildungsstandards von 2022

Für viele überraschend wurde im Juni 2022 eine überarbeitete Version der Bildungsstandards in Kraft gesetzt (KMK 2004a). Es ist nach meiner Kenntnis weder im administrativen Bereich noch unter Grundschuldidaktikern bekannt, wie diese neuen Bildungsstandards erarbeitet wurden.

Inhalt der Leitidee Daten und Zufall

„Diese Leitidee umfasst die Erfassung, Ermittlung, systematische Betrachtung und Interpretation von Daten sowie die datenbasierte Erkundung von Zufallserscheinungen im Alltag und von Experimenten. Daten aus unterschiedlichen Größenbereichen und Sachzusammenhängen sind die Grundlage für eine systematische Betrachtung von Ereignissen und deren Auftreten in der Lebenswirklichkeit. Die quantitative Ermittlung von Häufigkeiten (*Wie oft?*) spielt hierbei eine zentrale Rolle. Häufigkeiten stehen wiederum in engem Zusammenhang mit kombinatorischen Überlegungen (*Wie viele Möglichkeiten?*) und der Einschätzung dazu, wie wahrscheinlich es sein könnte, dass ein Ereignis eintritt (*Wie viele*

Möglichkeiten für ein Ereignis im Vergleich zu einem anderen? und Schlussfolgerungen daraus: *Wie sind die Gewinnchancen?*). Hierbei stellt die kritische Reflexion von Darstellungen eine Voraussetzung für einen mündigen Umgang mit Daten dar.

Mit Daten umgehen

Die Schülerinnen und Schüler

- planen einfache Befragungen und erfassen und strukturieren bei Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten,
- stellen Daten in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen dar, auch unter Nutzung digitaler Werkzeuge, und entnehmen Informationen aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen,
- interpretieren Darstellungen von Daten und reflektieren diese kritisch,
- lösen einfache kombinatorische Fragestellungen durch systematisches Vorgehen (z. B. systematisches Probieren) oder mit Hilfe von heuristischen Hilfsmitteln (z. B. Skizze, Baumdiagramm, Tabelle).

Ereignisse bei Zufallsexperimenten untersuchen

Die Schülerinnen und Schüler

- kennen und nutzen Grundbegriffe zur Beschreibung von Zufallsereignissen (sicher, möglich, unmöglich),
- schätzen Chancen für das Eintreten von Ereignissen bei alltäglichen Phänomenen oder einfachen Zufallsexperimenten ein und vergleichen (z. B. "ist wahrscheinlicher als", „hat größere Chancen als“) diese datenbasiert“ (KMK 2004a, S. 17–18).

Zu den Schattierungen: Die ersten drei Punkte unter „Mit Daten umgehen“ sind blau unterlegt. Dies bedeutet, dass diese Kompetenzen zur informatischen Grundbildung gehören. Der vierte Punkt ist gelb unterlegt, was bedeuten soll, dass diese Kompetenzen einen engen Bezug zur Leitidee „Muster, Strukturen und funktionaler Zusammenhang“ haben.

Bemerkungen zu den Bildungsstandards von 2022

Es treten erneut fachliche Unkorrektheiten auf:

- Der Unterschied von „Befragung“ und „Untersuchung“ ist unklar.
- Der ungeeignete Begriff „Schaubild“ tritt erneut auf.
- Was ist der Unterschied von interpretieren und reflektieren?

Es treten erneut die für die Primarstufe ungeeigneten theoretischen Begriffe „Ereignis“ und „Zufallsexperiment“ auf, hinzu kommt noch der Begriff „Zufallsereignis“. Es ergibt sich die Frage, warum neben dem Begriff „Ereignis“ noch das Wort „Zufallsereignis“ verwendet wird.

Problematisch ist auch der in der Bezeichnung der Leitidee neu auftretende Begriff „Zufall“. Das Wort „Zufall“ ist kein Fachbegriff und hat zahlreiche unterschiedliche Bedeutungen (vgl. (Sill und Kurtzmann 2019, S. 205–214). Deshalb sollte auf dieses Wort in der Primarstufe aber auch in weiterführenden Unterricht möglichst verzichtet werden. Es hat lediglich seine Berechtigung in Wortkombinationen wie Zufallszahlen oder zufällige Auswahl, die in der Primarstufe nicht relevant sind.

Ein Beispiel für die mit dem Wort „Zufall“ verbundenen Probleme sind die Vorschläge Krone, Wollschläger und Walter (Krone et al. 2019). Sie sprechen bei der Verwendung eines gezinkten Würfels von einem nichtzufälligen Vorgang. Damit verwenden sie das Wort „Zufall“ im Sinne der Gleichverteilung, wie es auch in der Mathematik bei den Wortverbindungen „Zufallszahlen“ und „zufällige Auswahl“ der Fall ist. In der Alltagssprache der Grundschulkinder wird aber auch gesagt, dass es Zufall ist, ob eine sechs oder keine sechs gewürfelt wird und ob ich einen Bekannten in der Stadt treffe. Bei dieser Verwendung des Zufallsbegriffs spielt die Gleichwahrscheinlichkeit keine Rolle.

Im Unterschied zu den Bildungsstandards von 2004 tritt der Begriff „Wahrscheinlichkeit“ nicht mehr auf. Lediglich in den Vorbemerkungen ist davon die Rede, dass eingeschätzt werden soll, „wie wahrscheinlich es sein könnte, dass ein Ereignis eintritt“. Der Begriff „Wahrscheinlichkeit“ wird in fast allen Schulbüchern der Primarstufe thematisiert.

Ein Grund für das Fehlen des Wortes „Wahrscheinlichkeit“ könnte die bereits bei Linder und Schindler (1977) vertretene Auffassung sein, dass man erst von Wahrscheinlichkeiten sprechen kann, wenn die Bruchrechnung bekannt ist. Damit würde die Möglichkeit von qualitativen Wahrscheinlichkeitsaussagen negiert. Ohne Bedenken wird dagegen ausschließlich der Begriff „Chance“ verwendet.

Die Orientierung auf das Schätzen von Chancen ist ein fundamentaler Fehler. Sie verbietet den Einsatz der Wahrscheinlichkeitsskala als grundlegendes Mittel und befördert das Gleichsetzen von „Chance“ mit „Wahrscheinlichkeit“. Die Wahrscheinlichkeitsskala hat sich in vielen Lehrbüchern, Publikationen und Unterrichtsmitteln etabliert.

Das bereits in den Vorbemerkungen ausdrücklich erwähnte ausschließlich datenbasierten Schätzen und

Vergleichen von Chancen sowie die datenbasierte Erkundung von Zufallserscheinungen ist nur in wenigen Fällen sinnvoll möglich. In der Regel erfolgen diese in der Primarstufe auf der Grundlage von Kenntnissen und Erfahrungen zu den Bedingungen des stochastischen Vorgangs. Mit der datenbasierten Erkundung von Zufallserscheinungen wird zudem auf die Wiederholung von stochastischen Vorgängen und die damit im Zusammenhang stehenden Überlegung zum Gesetz der großen Zahl orientiert. Diese, für die Primarstufe völlig ungeeignete Orientierung ist in den Bildungsstandards von 2004 nicht enthalten. Das hat Lehrbuchautoren aber nicht davon abgehalten diese Experimente zu thematisieren. Es werden sinnlose Experimente zum empirischen Gesetz der großen Zahlen vorgeschlagen, insbesondere zur Gleichverteilung. So wird etwa in (Krone et al. 2019) vorgeschlagen, dass die Schüler einer ersten Klasse zwanzigmal mit einem regulären Würfel würfeln und aus den Ergebnissen die Gleichverteilung der Würfelzahlen erkennen sollen. Es ist aber völlig ausgeschlossen, dass man mit Mitteln der Schulmathematik, selbst nicht in den Sekundarstufen, das Vorliegen bestimmter Verteilungsformen nachweisen kann. Dazu ist ein Chi-Quadrat-Test erforderlich, der oft nicht mal Gegenstand der universitären Ausbildung ist.

Abwegig ist die im Vorwort enthaltene Behauptung, dass die Ermittlung von Häufigkeiten im engen Zusammenhang mit kombinatorischen Überlegungen steht. Die Ermittlung von Häufigkeiten ist Bestandteil des Umgangs mit Daten und hat dort keinerlei Beziehungen zu kombinatorischen Überlegungen.

Im Unterschied zu den Bildungsstandards von 2004 sind Elemente der Kombinatorik nun in der Leitidee Daten und Zufall enthalten und dazu noch unter der Überschrift „Mit Daten umgehen“. Die Angaben zu kombinatorischen Inhalten wurden im Vergleich mit den Bildungsstandards von 2004 sogar noch erweitert. Dies entspricht dem Vorgehen in einigen Schulehrbüchern, in denen Kombinatorik in die Kapitel zu Stochastik eingeordnet wird.

Die Zuordnung der Kombinatorik zur Stochastik ist zudem aus wissenschafts- und lerntheoretischer Sicht bedenklich. Die Kombinatorik ist ein Teilgebiet der diskreten Mathematik und das Bestimmen von Anzahlen leistet keinen Beitrag zur Entwicklung stochastischer Denkweisen. Diese Fehlorientierung vermindert das Zeitvolumen für die Entwicklung stochastischer Begriffe und Denkweisen. Es besteht erfahrungsgemäß die Gefahr, dass die Lehrkräfte sich vor allem auf kombinatorische Aufgaben konzentrieren, zu denen es ein sehr breites Aufgabenfeld gibt und die eigentlichen Inhalte zu Stochastik vernachlässigt werden.

Der einzige Fortschritt im Vergleich zu den Bildungsstandards von 2004 ist die Erwähnung von „alltäglichen Phänomenen“ und „Zufallserscheinungen Alltag“ neben den immer noch enthaltenen Aussagen zu „einfachen Zufallsexperimenten“.

Insgesamt stellen die Bildungsstandards von 2022 einen erheblichen Rückschritt in der Entwicklung des Stochastikunterrichts in der Primarstufe dar. Vorliegende Materialien des AK Stochastik und Erkenntnisse in wissenschaftlichen Publikationen wurden offensichtlich in unverständlicher Weise völlig ignoriert. Hinter den Bildungsstandards von 2022 steht ein anderes Konzept der Stochastikunterrichts als bei den Bildungsstandards von 2004. Dieses andere Konzept ist nach meiner Kenntnis kein Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen gewesen. Man könnte vermuten, dass der Autor bzw. die Autoren der Bildungsstandards von 2022 ebenfalls ein bestimmtes Schulbuch im Kopf hatten. Man kann nur hoffen, dass Mitarbeiter an Lehrplänen und Schulheftbüchern sich an diesen Bildungsstandards nicht buchstabengetreu orientieren.

Aktivitäten zur Primarstufe im AK Stochastik

Im Arbeitskreis Stochastik gab es mehrere Aktivitäten zum Stochastikunterricht und zur Lehrerbildung in der Primarstufe. Im Jahre 2000 wurden Lehrplananalysen in allen Bundesländern und allen Schulstufen durchgeführt, die oben dargestellten Ergebnisse wurden allerdings nicht veröffentlicht. 2003 hat dann der Arbeitskreis Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts von Klasse 1 bis 12 erarbeitet und (Arbeitskreis Stochastik der GDM 2003). Die Empfehlung für die Primarstufe wurden bereits oben genannt. Auf der Herbsttagung 2012 hat der Arbeitskreis Empfehlungen für die Stochastikausbildung von Lehrkräften an Grundschulen verabschiedet, die an lehrerbildende Einrichtungen verschickt wurden und auf einer Fachtagung der Gemeinsamen Kommission Lehrerbildung der GDM, DMV, MNU 2012 in Erfurt vorgestellt wurden (Sill 2018).

Von Mitgliedern des AK wurde folgende Lehrbücher publiziert, in denen Probleme der Stochastik Unterrichts in der Primarstufe thematisiert werden.

- Bernd Neubert (2012): Leitidee: Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
- Katja Krüger; Hans-Dieter Sill; Christine Sikora (2015): Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I
- Hans-Dieter Sill; Grit Kurtzmann (2019): Didaktik der Stochastik in der Primarstufe

In (Sill und Kurtzmann 2019, S. 29–33) wird ein Stochastikcurriculum für die Primarstufe vorgeschlagen. Es werden sieben Entwicklungslinien konzipiert, die jeweils in Anfangsunterricht und weiterführenden Unterricht unterteilt sind. Entwicklungslinien sind Prozesse der Aneignung von stochastischem Wissen und Können. Sie sind eine konstruktive Alternative zu den Systemen fundamentaler Ideen und Kompetenzen. Der Anfangsunterricht bezieht sich auf die Jahrgangsstufen 1 und 2 und der weiterführende Unterricht auf die Jahrgangsstufen 3 und 4. Bei einem Beginn in höheren Klassenstufen müssen die Vorschläge entsprechend modifiziert werden.

System von Entwicklungslinien:

1. Prozessbetrachtung stochastischer Situationen
2. Erstellen und Lesen von Listen und Tabellen
3. Erstellen und Lesen von grafischen Darstellungen
4. Ermitteln und Interpretieren statistischer Kenngrößen
5. Vergleichen von Wahrscheinlichkeiten
6. Schätzen und Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten
7. Erkennen und Beschreiben stochastischer Zusammenhänge

Im Konzept zum Stochastikunterricht in der Sekundarstufe I in (Krüger et al. 2015) werden alle Entwicklungslinien weitergeführt (S. 18-21). Dadurch liegt mit beiden Büchern ein abgestimmter Vorschlag für einen Stochastiklehrgang von Klasse 1-10 vor.

Es ist zu hoffen, dass bei einer weiteren Überarbeitung der Bildungsstandards die wissenschaftlichen Ergebnisse in der Fachdidaktik stärker als bisher von der Bildungsadministration berücksichtigt werden.

Literatur

- Arbeitskreis Stochastik der GDM (2003): Empfehlungen zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts. In: *Stochastik in der Schule* 23 (3), S. 21–26.
- Heitele, Dietger (1977): Fragmente einer Geschichte der Wahrscheinlichkeitsdidaktik (insbesondere des Primarbereiches). In: *Didaktik der Mathematik* (4), S. 296–306.
- KMK (2004a): Bildungsstandards für das Fach Mathematik Primarbereich (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022).
- KMK (2004b): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4) (Beschluss der KMK vom 15.10.2004).
- Krone, Johanna; Wollschläger, Christina; Walter, Candy (2019): "Mensch ärgere dich nicht" spielen mit einem gezinkten Würfel. Einführendes Unterrichtsexperiment

- zur Symmetrieeigenschaft von Würfeln und der Gleichverteilung von Würfelaugenanzahlen. In: *Mathematik differenziert* (1), S. 18–22.
- Krüger, Katja; Sill, Hans-Dieter; Sikora, Christine (2015): Didaktik der Stochastik in der Sekundarstufe I. Aufl. 2015. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).
- Kütting, Herbert (1994): Didaktik der Stochastik. Mannheim [u.a.]: BI-Wiss.-Verl.
- Lindenau, Volkmar; Schindler, Manfred (1977): Wahrscheinlichkeitsrechnung in der Primarstufe und Sekundarstufe I. Bad Heilbrunn/Obb.: Klinkhardt (Mathematik in der Unterrichtspraxis).
- Neubert, Bernd (2012): Leitidee: Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. 1. Aufl. Offenburg: Mildenerger, K.
- Sill, Hans-Dieter (2018): Zur Stochastikausbildung im Primarstufenlehramt. In: Regina Möller und Rose Vogel (Hg.): Innovative Konzepte Für Die Grundschullehrer-ausbildung Im Fach Mathematik. Wiesbaden: Spektrum Akademischer Verlag (Konzepte und Studien Zur Hochschuldidaktik und Lehrerbildung Mathematik Ser), S. 71–93.
- Sill, Hans-Dieter (2022): Die spekulative Methode von Hegel und das Lernen von Mathematik. Allgemeines und Einzelnes am Beispiel des Variablen- und des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. In: *Leibniz Online - Zeitschrift der Leibniz-Sozietät der Wissenschaften zu Berlin e. V.* (45).
- Sill, Hans-Dieter; Kurtzmann, Grit Susann (2019): Didaktik der Stochastik in der Primarstufe. Berlin: Springer Spektrum (Mathematik Primarstufe und Sekundarstufe I + II).
- Varga, Tamás (1972): Logic and probability in the lower grades. In: *Educ Stud Math* 4 (3), S. 346–357.
- Winter, Heinrich (1976): Erfahrungen zur Stochastik in der Grundschule (Klasse 1 - 6). In: *Didaktik der Mathematik* (1), S. 22–37

Anschrift des Verfassers

Hans-Dieter Sill
 Institut für Mathematik
 Universität Rostock
 Ulmenstr. 69
 18057 Rostock
 hans-dieter.sill@uni-rostock.de