Universität Rostock
Traditio et Innovatio

Zur Stochastikausbildung für das Lehramt an Grundschulen

Prof. Dr. Hans-Dieter Sill, Universität Rostock

Gliederung

1. Entstehung der Vorschläge

- Gemeinsame Kommission Lehrerbildung der GDM, DMV, MNU:
  - 27.05.2011: Diskussion zur Grundschullehrerausbildung auf der Grundlage eines Konzeptpapiers von Regina Möller und Rose Vogel
    Beschlüsse:
    - Aufruf zur Lehrerausbildung entwerfen; veröffentlicht im Jan. 2012
    - Weiterentwicklung der Empfehlungen zu Standards für die Lehrerbildung im Fach Mathematik von 2008 für die Grundschule; AG vorgeschlagen
  - 21.05.2012: erneute Diskussion
    Beschlüsse:
    - AG: Bönig, Möller, Scherer, Sill, Steinweg, Vogel
    - Handlungsfelder: Weiterentwicklungen des Standard-Papiers; Entwürfe für Prüfungsordnungen; Erläuterungen zu Empfehlungen im Sinne von „Konkretisierungen ", Sammelband mit best practice Beispielen
    - Tagung zum Grundschullehramt in Erfurt

Universität Rostock Traditio et Innovatio

1. Entstehung der Vorschläge

- AK Stochastik der GDM
  - 2001/02: Entwicklung eines nationalen Stochastikcurriculums für alle Schulstufen in Auswertung aller Pläne der Bundesländer, SiS 3/2003
  - 08.03. 2012 Weingarten: Vorschlag für Empfehlungen für Lehrerbildung Grundschule ausgehend von Empfehlungen für Abschlussniveau Sekundarstufe I, Aufruf zur Diskussion
  - 28.10.2012: Diskussion, Korrektur und Beschluss der Empfehlungen
- Erprobung des Konzeptes in der Lehrerausbildung der Uni Rostock im WS 12/13 und in einer Lehrerfortbildung im Schuljahr 2012/13 im Schulamt Rostock
- eigene Arbeiten zur stochastischen Bildung:
  - Arbeiten zu Grundbegriffen seit 1983
  - Betreuung Diss. Stochastik in der Primarstufe, 1991
  - Schullehrbücher Sek. I seit 1996
  - Materialien Fortbildung Grundschullehrer, seit 2012

2. Probleme von Stochastikcurricula

1. Stochastik in der Lehrerbildung:
   - Probleme seit langem bekannt: Papier für BM in NRW von 1996
   - Keine Stochastik in der Ausbildung für Grundschullehrkräfte in der DDR
   - aktuelle Stichprobe (Google: „Modulhandbuch Mathematik Grundschule“), 14 Einrichtungen, nur Fachausbildung (oder kombiniert):
     - keine Elemente der Stochastik: 3
     - in anderen Modulen enthalten: 6 (in 4 nur sehr wenig)
     - Extra Modul: 5 (SWS: 4; 2 (PS); 3; 2; 4 (Fa+Did))
2. Stochastik in der Schule:
   - bis 2004 nur wenige Elemente der Statistik und Kombinatorik in GS-Lehrplänen
   - Bildungsstandard für den Primarbereich von 2004
   - Analyse von Grundschulplänen (2012)
   - $\longrightarrow$ bisher keine Propädeutik des Stochastikkurses in der Schule
   - $\longrightarrow$ Stochastikunterricht in der Schule: Haus ohne Fundament

3. Stochastik in der didaktischen Literatur zur Grundschule

- bis zum Beschluss der KMK-Bildungsstandards von 2004 zahlreiche Vorschläge : Engel 1965; Varga 1972; Heitele 1976; Winter 1976; Müller/ Wittmann 1977; Lindenau/ Schindler 1977; Fischbein/ Pampu/ Minzat 1978; Steinbring 1980; Koops 1982; Jäger/Schupp 1983, 82; Bohrisch/ Mirwald 1988; Wollring 1994
- Entwicklung der aktuellen Bildungsstandards in kleiner Gruppe ohne breite Diskussion in der Fachdidaktik
- danach: viele Artikel in Fachzeitschriften; Integration fast alle LP und LB;
- Ergebnis einer Analyse von 52 Publikationen
  - fast nur Arbeit mit „Zufallsgeneratoren“, Dominanz von Glückspielen
  - viele fachliche Überhöhungen
  - kaum Bezüge zu statistischen Daten
  - zahlreiche fachlich fehlerhafte Aussagen
- Eine Neubesinnung und Weiterentwicklung ist dringend erforderlich!
- vergleichbar mit Entwicklung des Geometrieunterrichts in der GS in 60iger Jahren

4. Stochastik als mathematische Theorie
   - grundlegende Begriffe aus der Theorie messbarer Mengen
   - Ausblenden inhaltlicher Aspekte
   - auch bei einfachsten Sachverhalten sofort sehr anspruchsvolle Aufgaben
   - → Es gibt keine „Elementarstochastik"
   - einzige Möglichkeit: Besinnung auf den Beginn der historischen Entwicklung, Stochastik als „gemischte Mathematik"
5. Prinzipien eines guten Stochastikunterrichts in der Primarstufe
   - Leitprinzipien nach Schupp, 1979, S. 300:
     - „Problem- und adressatenorientierte … Sequentierung der Inhalte.
     - Heranziehen praxisnaher Sachverhalte aus der Umwelt des Schülers.
     - Möglichst frühe und intensive Verschränkung wahrscheinlichkeitstheoretischer und statistischer Betrachtungen."

2. Probleme von Stochastikcurricula

- Prinzipen nach Kurtzmann/Sill 2012, im AK Stochastik diskutiert
  - Der Unterricht bewegt sich im Wesentlichen auf der Ebene der Phänomene, also realer Vorgänge.
  - Es erfolgt keine explizite Formalisierung durch Begriffe bzw. Modelle wie Zufallsexperiment, Ereignis, Urne u. a.
  - Es werden inhaltliche Vorstellungen und Prototypen zu wesentlichen Inhalten des Stochastikunterrichts in der Sekundarstufe I vermittelt.
  - Das Wissen und Können im Anfertigen und Lesen grafischer Darstellungen wird vor allem im Rahmen des Sachrechnens und im Sachkundeunterricht gefestigt.
  - Bei Betrachtungen zur Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen werden neben Vorgängen aus dem Bereich der Glücksspiele vor allem Vorgänge in der Natur und dem Alltag untersucht.
  - Zu den spezifischen Zielen des Stochastikunterrichts gehören nicht Kompetenzen im Bestimmen von Anzahlen.

6. Erste eigene Erfahrungen in der Lehreraus- und Fortbildung

- Uni Rostock: Neue Studienordnung ab 2012, Stochastik, 1. Sem. im Rahmen des Moduls „Grundlagen des Mathematikunterrichts in der Grundschule 1", 6 LP, 7 von 13 Vorlesungen und Übungen
  Erfahrungen:
  - sehr wenige Vorkenntnisse der Studierenden
  - zu viel fachlicher Inhalt geplant
  - Verbindung mit Umsetzung in der Schule nötig, nur in Ansätzen möglich
- einjährige Lehrerfortbildung 2012/13 zu fachlichen Grundlagen, 4 ganztägige Präsenzveranstaltungen, 3 Arbeitsphasen, Berichte zu Erprobungen ins Netz
  Erfahrungen:
  - große Probleme im fachlichen Verständnis auch einfacher Fragen
  - viele Ideen bei der Umsetzung aber teilweise nicht sinnvoll
  - große Abstriche an geplanten inhaltlichen Zielen (Empfehlungen des AK)
  - noch engerer Bezug zur Umsetzung in der Schule erforderlich

3.1 Zur Modellierung von zufälligen Erscheinungen

1. Probleme der Verwendung des Begriffs „Zufallsexperiment“
   - Ein Zufallsexperiment ist *keine* besondere Form eines Experimentes.
   - Der Begriff „Zufallsexperiment“ ist *kein* definierbarer Fachbegriff der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Er wird in einigen Fachbüchern nur zur Erläuterung der Bezüge zur Realität verwendet.
   - Er wird in diesen Fällen als Modell angesehen für bestimmte reale Vorgänge in zahlreichen Bereichen, wie in der Medizin, der Technik, der Soziologie und prototypisch auch im Glücksspielbereich.
   - Der Begriff ist also ein theoretischer Begriff auf der Modelleben und damit für einen propädeutischen Unterricht nicht geeignet.
   - Wie die aktuelle Situation in der Literatur zeigt, wird durch diesen Begriff einseitig auf Vorgänge im Glücksspielbereich bzw. mit „Zufallsgeneratoren“ orientiert. Damit entsteht ein sehr einseitiges Bild bei den Lernenden, Stochastik heißt für viele, immerzu würfeln.

2. Elemente eines Prozessmodells

- Ziele einer Prozessbetrachtung:
  - Möglichkeit zur Anwendung der Inhalte des Unterrichts auf Prozesse in der Natur, der Gesellschaft und dem Denken
  - Neue Sichtweisen bei der Interpretation und dem Umgang mit Daten und Wahrscheinlichkeiten
  - Entwicklung des naturwissenschaftlichen Denkens
- Bestandteile einer Prozessbetrachtung:
  1. Es wird ein einzelner zeitlich ablaufenden Vorgang in der Natur, der Gesellschaft oder dem Denken in der Vergangenheit, der Gegenwart oder der Zukunft betrachtet.
     Frage: Welcher Vorgang läuft ab?
     kurz: Was läuft ab?

3.1 Zur Modellierung von zufälligen Erscheinungen

2. Es wird ein interessierendes Merkmal ausgewählt.
   Frage: Welches Merkmal interessiert mich?
   kurz: Was interessiert mich?

3. Es werden die möglichen Ergebnisse bezüglich des Merkmals bestimmt
   Frage: Welche Ergebnisse können eintreten?
   kurz: Was kann eintreten?

4. Es werden die Bedingungen untersucht, die den Vorgang bezüglich des Merkmals beeinflussen.
   Frage: Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?
   kurz: Wovon hängt es ab, was eintreten kann?

Beispiele

3. Zum Begriff „Zufall“ bzw. „zufällig“

- sehr unterschiedliche Vorstellungen und Verwendungen, Bsp.
- Konsequenz: Diese Wörter möglichst selten verwenden.

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits-begriff

1. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff in der Mathematik
   - Wahrscheinlichkeit wird als undefinierter Grundbegriff axiomatisch festgelegt.
   - Die axiomatische Definition enthält keine inhaltlichen Aspekte und ist für die Schule nicht sinnvoll.
   - Explizite Betrachtungen zu Mengen und Operationen mit Mengen sind in der Schule verzichtbar.
   - Mengen sollten nur zur Verkürzung der Schreibweise verwendet werden.
2. Phasen der Bildung eines präformalen Wahrscheinlichkeitsbegriffs
   1. Anknüpfen an umgangssprachliche Verwendungen der Wörter „wahrscheinlich“ und „Wahrscheinlichkeit“
   2. Vergleichen der Wahrscheinlichkeiten zweier Ergebnisse
   3. Qualitative Schätzung von Wahrscheinlichkeiten, Darstellung auf einer Wahrscheinlichkeitsskala

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits-begriff

4. Festigung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs durch
   - Ableiten von Prognosen aus statistischen Daten
   - Aufgaben zu Wahrscheinlichkeiten unbekannter Zustände
   - Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten in Spielsituationen
5. Betrachtungen zur Gleichwahrscheinlichkeit bei symmetrischen Objekten
6. Angabe von Wahrscheinlichkeiten durch Chancen
7. Experimente zu kleinen Stichproben (Zusatz)

Phase 1: Anknüpfen an umgangssprachliche Verwendungen der Wörter „wahrscheinlich“ und „Wahrscheinlichkeit“

- Ziel: Einbetten der mathematischen Bedeutungen an die vorhandenen Vorstellungen und sprachlichen Formulierungen im Alltag
- Erarbeiten folgender Aspekte:
  - Wahrscheinlichkeitsaussagen sind Vorhersagen (Prognosen) künftiger Ergebnisse.

- Mit einer Wahrscheinlichkeitsaussage wird ausgedrückt, in welchem Maße die Person das Eintreten des Ergebnisses erwartet.

- Mögliche Aufgabenstellungen für Vorhersagen mit Wahrscheinlichkeits-charakter:
  - Wie wird das Wetter morgen?
  - Wie lange brauchst du heute für die Hausaufgaben?
  - Wie viele Kinder sind morgen in der Klasse?
- dabei beachten: „wahrscheinlich" ist synonym zu „sehr wahrwahrscheinlich"

Phase 2: Vergleichen der Wahrscheinlichkeiten zweier Ergebnisse

- verwenden von „wahrscheinlicher", komparativer Wahrscheinlichkeitsbegriff
- Möglichkeiten:
  - Vergleichen von Häufigkeiten bei gleichmöglichen Ergebnissen

    Bsp.: Es wird gewürfelt. Was ist wahrscheinlicher?

    A: Es fällt eine 6.   B: Es fällt keine 6.

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits-begriff

- Vorstellen des künftigen Verlauf eines Vorgangs, der den Schüler betrifft

  Bsp.: Was ist wahrscheinlicher?

  A: Beim einem Weitsprung kommst du über 2 m.

  B: Beim einem Weitsprung kommst du nicht über 2 m.
- Anwenden von Kenntnissen aus dem Alltag, AB 3/5
- Anwenden von Kenntnissen aus dem Sachunterricht, AB 2/1,
- Schlüsse aus Daten zum Umfeld der Schüler A 3/6

Phase 3: Qualitative Schätzung von Wahrscheinlichkeiten

- Ziel: Normierung des Erwartungsgefühls durch Einführen einer Skala für die Wahrscheinlichkeit *eines* Ergebnisses
- Betrachtungen zu sicheren und unmöglichen Ergebnissen als Vorbereitung, dabei zu beachten:
  - nicht: sicher und unmöglich als Adverbien ("Das ist sicher.")
  - sondern: sicheres bzw. unmögliches Ergebnis

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits-begriff

- Probleme aktueller Vorschläge :
  - unmöglich – unmögliche Aussage – falsche Aussagen
  - sicher - sichere Aussage – wahre Aussage
  - viele unsinnige Vorschläge
  - außerdem: ein sicheres Ergebnis hat keinen zufälligen Charakter, es ist also kein „zufälliges Ereignis“
- Probleme der Verwendung einer Wahrscheinlichkeitsskala:
  - Bezeichnung: Skala oder Streifen
  - Skalierung der Skala, Vorschläge in der Literatur:
  - ein Begriff für das ganze (offene) Intervall: „wahrscheinlich (möglich)“
  - Zwei Begriffe für die Teilintervalle von 0 bis 0,5 und 0,5 bis 1: „weniger wahrscheinlich“, „eher wahrscheinlich“
  - kleine, mittlere, große Wahrscheinlichkeit
  - Bezeichnung des Mittelpunktes: 1 : 1; fifty-fifty

Beispiele

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits-begriff

- Lage der Skala: waagerecht oder senkrecht
- mögliche Handlungen auf enaktiver Ebene
- Diskrete Skala als Vorstufe: „Wahrscheinlichkeitsleiter"

- Aufgaben zur Arbeit mit einer Skala: 7/2, AB 8/1

Zu Phase 4: Wahrscheinlichkeiten unbekannter Zustände

- Gegensätzliche Auffassungen in der Stochastik:

  (1) Wahrscheinlichkeiten sind nur sinnvoll bei wiederholbaren Vorgängen. Eine Vermutung besitzt keine Wahrscheinlichkeit, sie ist entweder wahr oder falsch.

  (2) Auch Vermutungen haben eine Wahrscheinlichkeit

- Aus Sicht der Prozessbetrachtung beides sinnvoll:

  (1) Vorgänge, die noch nicht angefangen haben bzw. deren Ablauf noch andauert, z.B. Werfen eines Würfels, Wachstum von Getreideähren,
  $\rightarrow$ Wahrscheinlichkeit existiert objektiv, unabhängig vom Menschen

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits-begriff

(2) Vorgänge, die bereits abgelaufen sind („Die Würfel sind gefallen."), deren Ergebnisse aber nicht oder nur teilweise bekannt sind, z.B. Diagnose einer Krankheit, Fehlersuche in einem defekten Gerät, → Angabe einer Wahrscheinlichkeit immer an Subjekt gebunden, Bsp.

Phase 5: Möglichkeiten für Betrachtungen zur Gleichwahrscheinlichkeit

1. Überlegungen zur Symmetrie
   „Aus welchen Gründen sollte der Würfel eher eine 4 als eine 6 zeigen?" → Prinzip vom unzureichenden Grund
2. Direkter Nachweis durch Experimente
   Da die Gleichverteilung eine Hypothese ist, dienen Experimente zur Überprüfung dieser Hypothese. Dazu muss ein statistischen Test mit den Daten durchgeführt werden, um die Hypothese ablehnen oder nicht ablehnen zu können. Ein dafür geeigneter Test ist der Chi-Quadrat-Anpassungstest.

   Die Möglichkeit ist für die Grundschule nicht geeignet.

3.2 Zum Wahrscheinlichkeits- begriff

3. Indirekter Nachweis durch Experimente

   Annahme von „Glückszahlen“ als Hypothese bei 60 Würfen
   Es kann die Streuung der Ergebnisse verdeutlicht werden.

Phase 6: Angabe von Wahrscheinlichkeiten durch Chancen

- Oft werden Wahrscheinlichkeit und Chancen nicht deutlich unterschieden
- Chancen können nicht auf einer Wahrscheinlichkeitsskala dargestellt werden.
- Chancen (odds) eines Ereignisses A: O(A) = $\frac{P(A)}{1-P(A)}$
- Eigenschaften:
  - Strebt P(A) gegen 1, so strebt O(A) gegen unendlich.
  - Strebt P(A) gegen 0, so strebt O(A) auch gegen 0.
  - $O(\overline{A}) = 1 / O(A)$
  - Ist O(A) = O(B), so ist auch P(A) = P(B).

- Potenzen der Arbeit mit Chancen: Bsp.
  - Chancen können bei Arbeit mit "Zufallsgeräten" leicht bestimmt werden. Die Chancen für ein Ereignis sind das Verhältnis der günstigen zu den ungünstigen Ergebnissen.
  - Mit Chancen können Erwartungen quantifiziert und verglichen werden.
  - Mit der Angabe von Chancen kann weiterhin ein multiplikativer Vergleich der Wahrscheinlichkeiten vorgenommen werden.
    Ist $O(A) = P(A) : P(\overline{A}) = k : 1$, so ist $P(A) = k \cdot P(\overline{A})$
  - Mit der Angabe von Chancen wird der Verhältnisbegriff vorbereitet.

Phase 7: Experimente zu kleinen Stichproben

- lange Versuchsreihen, Stabilität der relativen Häufigkeit in GS nicht sinnvoll, Experimente mit wenigen Wiederholungen zum Erleben der Streuung
- Bsp.: Wendeplättchen 20-mal werfen, Prognose der (abs.) Häufigkeit
- geeignete Software: VU-Statistik (Mathematik interaktiv)

Standards Lehrerbildung 2008

Bereiche	**Kompetenzen bezogen auf Inhalte und Prozesse**
	Die Studierenden
Beschreibende Statistik / Datenanalyse	▪ planen statistische Erhebungen (Befragung, Beobachtung oder Experiment), führen sie durch und werten sie aus ▪ lesen und erstellen grafische Darstellungen für uni- und bivariate Daten (z.B. Kreuztabelle) und bewerten deren Eignung für die jeweilige Fragestellung
	▪ bestimmen und verwenden uni- und bivariate Kennwerte (z.B. Mittelwerte, Streumaße, Korrelationen, Indexwerte) und interpretieren sie angemessen
Zufallsmodellierung	▪ modellieren mehrstufige Zufallsversuche durch endliche Ergebnismengen und nutzen geeignete Darstellungen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel)
	▪ unterscheiden Wahrscheinlichkeitsaspekte (frequentistisch, axiomatisch usw.) und beschreiben typische Verständnisschwierigkeiten im Umgang mit dem Zufallsbegriff ▪ rechnen und argumentieren mit Wahrscheinlichkeiten
Neue Medien	▪ verwenden Tabellenkalkulation und statistische Software zur Darstellung und explorativen Analyse von Daten ▪ simulieren Zufallsversuche computergestützt

Stochastik in der Grundschullehrerbildung

„Eine Sonderrolle spielt die Stochastik. Hier ist trotz aller Vorstellungen der Mathematikdidaktikerinnen und -didaktiker eine weitgehende faktische Abstinenz auf allen Schulstufen zu konstatieren, und bei den Studierenden sind insgesamt so gut wie keine Voraussetzungen vorhanden. … Aber stochastisches Denken ist auch Teil der Allgemeinbildung, und seine Grundlagen sind in der Primarstufe zu legen bzw. zu pflegen. Daher benötigen Grundschullehramts-Studierende ein Mindestmaß an fachinhaltlichen (und fachdidaktischen) Kenntnissen in diesem Bereich.

Eine fachinhaltliche Lehrveranstaltung müsste direkt an den unmittelbaren Wahrscheinlichkeits-Intuitionen von Grundschuldkindern und Grundschullehramts-Studierenden anknüpfen.“

Bender u.a.: Überlegungen zur fachmathematischen Ausbildung der angehenden Grundschullehrerinnen und -lehrer. In: JMD 20(1999)4, S. 308/309

3.5 Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Daten erfassen und darstellen

- in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen
- aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen

Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

- Grundbegriffe kennen (z.B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)
- Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z.B. bei Würfelspielen) einschätzen

Anfänge der Stochastik im 17. Jahrhundert

„Die klassische Interpretation der Wahrscheinlichkeit war … gekennzeichnet durch:

(1) die fruchtbare Verschmelzung des subjektiv und des objektiv verstandenen Wahrscheinlichkeitsbegriffs;

(2) einen entschiedenen Determinismus, der die Existenz realer Zufälligkeit bestritt … ;

(3) das Ziele der gemischten Mathematik, Modelle von Phänomenen zu bilden; und

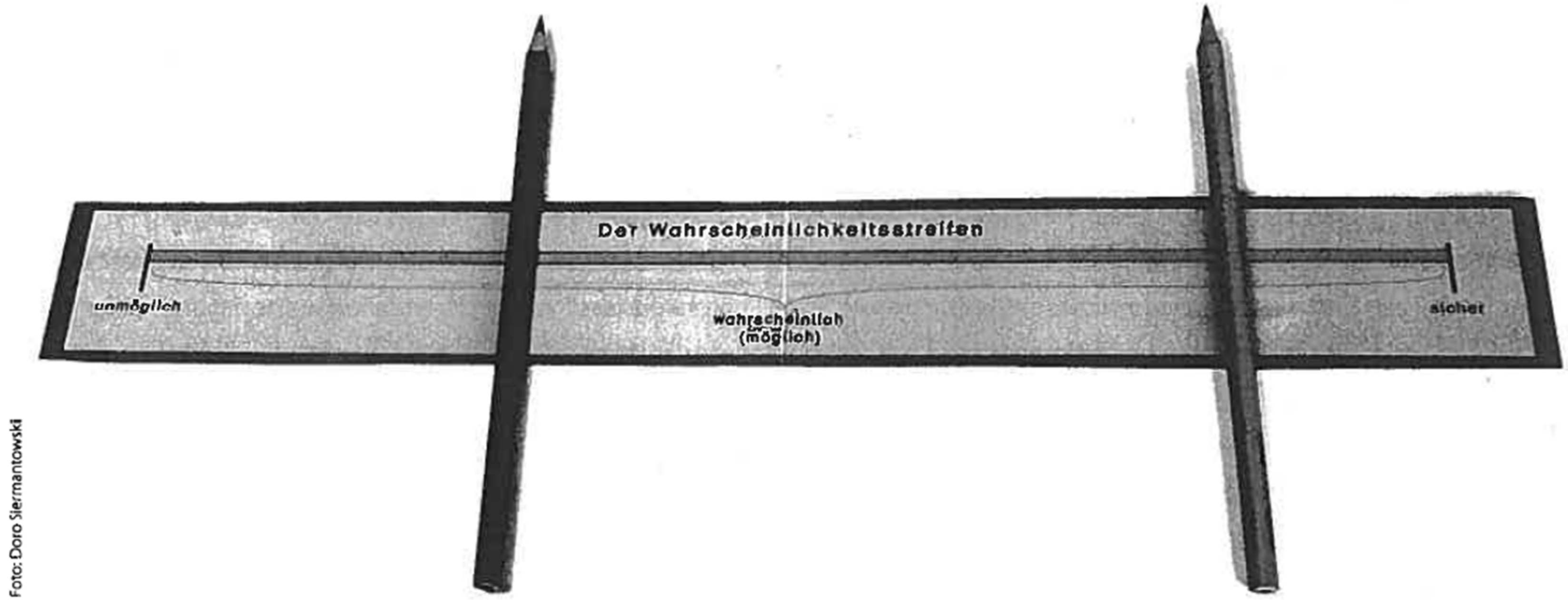
(4) vor allem mit der Gleichsetzung der Theorie mit derjenigen Form praktischer Rationalität, die Vernünftigkeit genannt wurde.“

Gerd Gigerenzer u.a. : Das Reich des Zufalls, Berlin: Spektrum, 1999

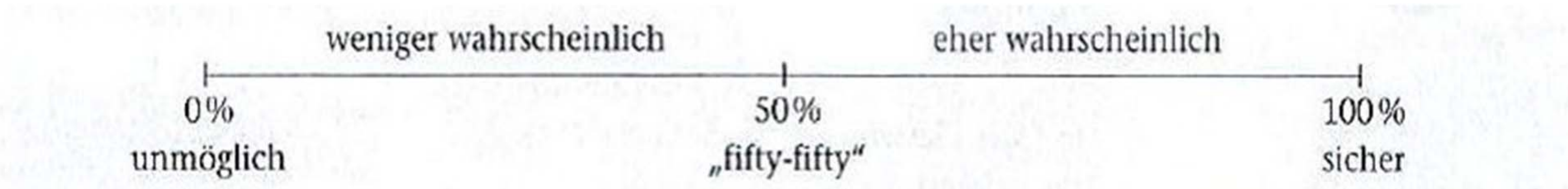
Vorschläge zu den Begriffen „sicher“ und „unmöglich“

- Beispiele für Aussagen, die als sicher erkannt werden sollen:
  - Jede Woche hat sieben Tage.
  - Ich bin ein Kind.
  - Im Sommer haben wir Ferien.
- Beispiele für Aussagen, die als unmöglich erkannt werden sollen:
  - Ein Affe fliegt über mein Haus.
  - In der Federtasche ist ein Hund.
  - In einem Aquarium sehe ich einen Elefanten.

Vorschläge für Wahrscheinlichkeitsskalen



Wahrscheinlichkeitsstreifen aus Häring/Ruwisch: Die Wahrscheinlichkeitsbox, 2012



Schroedel, Neue Wege Kl. 6, 2006

Vorschläge für Wahrscheinlichkeitsskalen

Sprechweise in der Mathematik	Sprechweise in der Umgangssprache
Das Ergebnis hat:	Das Ergebnis ist:
die Wahrscheinlichkeit 1	ganz sicher
eine große Wahrscheinlichkeit	
eine mittlere Wahrscheinlichkeit	wahrscheinlich
eine kleine Wahrscheinlichkeit	unwahrscheinlich
die Wahrscheinlichkeit 0	völlig unmöglich

Wurf eines normalen Spielwürfels

Es fällt eine:

1; 2; 3; 4; 5 oder 6	sicher
keine 6	
eine 4; 5 oder 6	
eine 6	
eine 7	unmöglich

Gültiger Sprung eines „normalen" Schülers

Die Sprungweite

sicher	ist kleiner als 10 m
	liegt zwischen 0 m und 4 m
	liegt zwischen 4 m und 10 m
unmöglich	ist größer als 10 m

Duden-Paetec, Mathematik Kl. 5, 1997

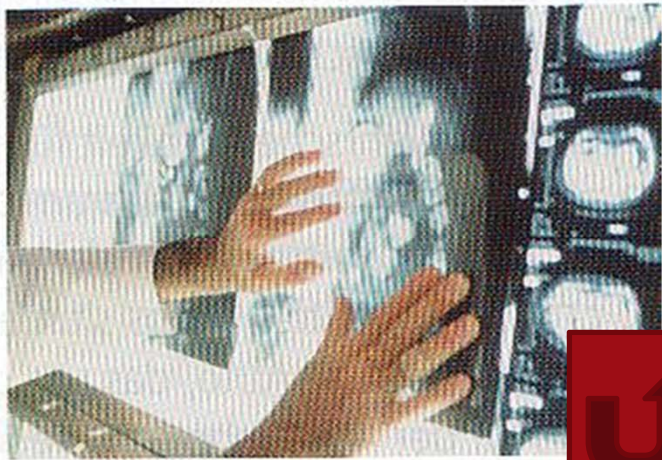
Wahrscheinlichkeiten von Vermutungen

Julian hat einen Mathematiktest geschrieben und überlegt, welche Note er wohl bekommen wird. Da es sich gut vorbereitet hat und die Aufgaben für ihn leicht waren, vermutet er, dass er sehr wahrscheinlich eine 1 oder eine 2 bekommt.

Zu Hause denkt er noch einmal über eine Aufgabe nach und bemerkt, dass er einen Rechenfehler gemacht hat. Nun hält er eine 1 für unwahrscheinlich.

Bei der Rückgabe der Arbeit sagt die Lehrerin: „Julian, über deine Arbeit habe ich mich sehr gefreut." Jetzt glaubt Julian, dass er wahrscheinlich wohl doch eine 1 bekommen hat. Nachdem er seine Arbeit erhalten hat, weiß er es sicher.

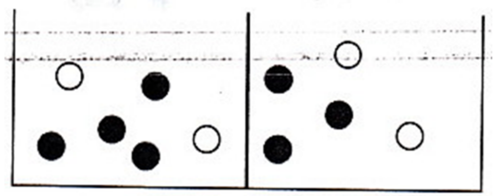
Mandys Arm ist nach einem Sturz mit dem Fahrrad stark angeschwollen und schmerzt sehr. Der Arzt stellt im Ergebnis einer ersten Untersuchung fest: „Die Wahrscheinlichkeit für einen Knochenbruch ist leider groß". Nach einer Röntgenaufnahme meint er jedoch: „Es besteht nur noch eine geringe Wahrscheinlichkeit, dass ein Knochen verletzt ist. Wir müssen weitere Untersuchungen anstellen."



Chancenvergleiche

- „Wenn Du weiß ziehst, gewinnst du. Aus welcher Urne würdest Du ziehen? Begründe deine Entscheidung!“ (Neubert 2012, S. 92 f.)

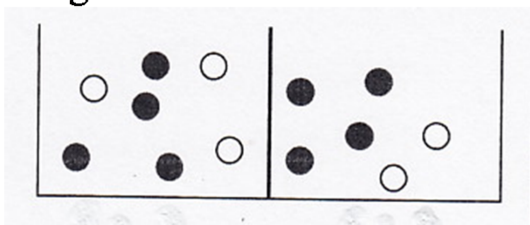
Aufgabe 1



Urne 1 Urne 2

Chancen: 2 : 4 2 : 3

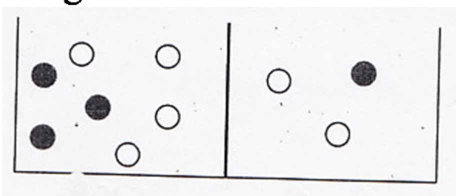
Aufgabe 2



Urne 1 Urne 2

Chancen: 3 : 4 2 : 4

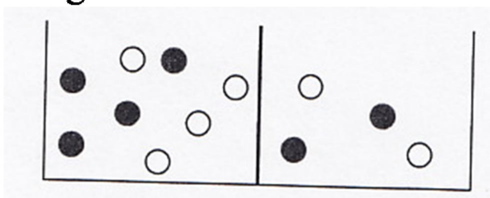
Aufgabe 3



Urne 1 Urne 2

Chancen: 4 : 3 2 : 1

Aufgabe 4



Urne 1 Urne 2

Chancen: 4 : 4 2 : 2

Bildungsstandards und Rahmenpläne

16 Bundesländer – 13 Lehr-, Bildungs- bzw. Rahmenpläne

Bundesländer	Jahr der Veröffentlichung
Schleswig-Holstein	1997
Bayern	2000
Rheinland-Pfalz	2002
Baden-Württemberg	2004
Berlin, Brandenburg, Bremen, Mecklenburg-Vorpommern	2004
Niedersachsen	2006
Sachsen-Anhalt	2007
Nordrhein-Westfalen	2008
Saarland	2009
Sachsen	2004/2009
Thüringen	2010
Hamburg	2011
Hessen	2011

Pläne vor den Bildungsstandards

Schleswig-Holstein

- Statistik unter Größen, keine Wahrscheinlichkeitsrechnung

Bayern

- wenige Inhalte zur Statistik
- keine verbindlichen Inhalte zur Wahrscheinlichkeitsrechnung

Rheinland-Pfalz

- Wahrscheinlichkeit: Stichproben, einfache Zufallsversuche
- Lösungsrelevante Daten in Texten, Bildern, Tabellen, Diagrammen, Zuordnungen (überwiegend proportional)

Besonderheiten in den Plänen der Länder (-)

Baden-Württemberg

- Teilgebiet Wahrscheinlichkeitsrechnung wird nicht explizit ausgewiesen
- nur Hinweis auf fächer- bzw. themenübergreifendes Arbeiten
- Umsetzung der Bildungsstandards liegt in Verantwortung der Lehrperson

Thüringen

- kein extra Themengebiet
- alle Inhalte aus den Standards unter Arithmetik – In Kontexten rechnen

Besonderheiten in den Plänen der Länder (+)

Niedersachsen

- Überprüfungsmöglichkeiten für Lehrer durch vorgegebene Fragestellungen

  z. B.: Können die Schülerinnen und Schüler Aussagen zur Häufigkeit von Würfelergebnissen treffen?

Saarland

- sehr umfangreich, teilweise mit Aufgaben und Fragestellungen untermauert

  z.B. Klasse 2: Tom und Tina würfeln. Tom gewinnt bei den geraden Zahlen, Tina gewinnt, wenn die Zahl größer als 4 ist.

Sachsen-Anhalt

- Themen gegliedert in inhaltsbezogene Kompetenzen, Teilkompetenzen und flexibel anwendbares Grundwissen (Diagramm (Schaubild), Streckendiagramm, Streifendiagramm, Wahrscheinlichkeit: sicher, möglich, unmöglich, Häufigkeit)
- Zusatz: Niveaubestimmende Aufgaben

Ausgewiesener Beginn der Behandlung

Nordrhein-Westfalen

- Statistik ab Klasse 1
- Wahrscheinlichkeitsrechnung ab Klasse 3

Sachsen

- Wahrscheinlichkeitsrechnung ab Klasse 3
- Statistik erst ab Klasse 4
- Inhalte unter Arithmetik, keine zusammenhängende Darstellung

Pläne 2011

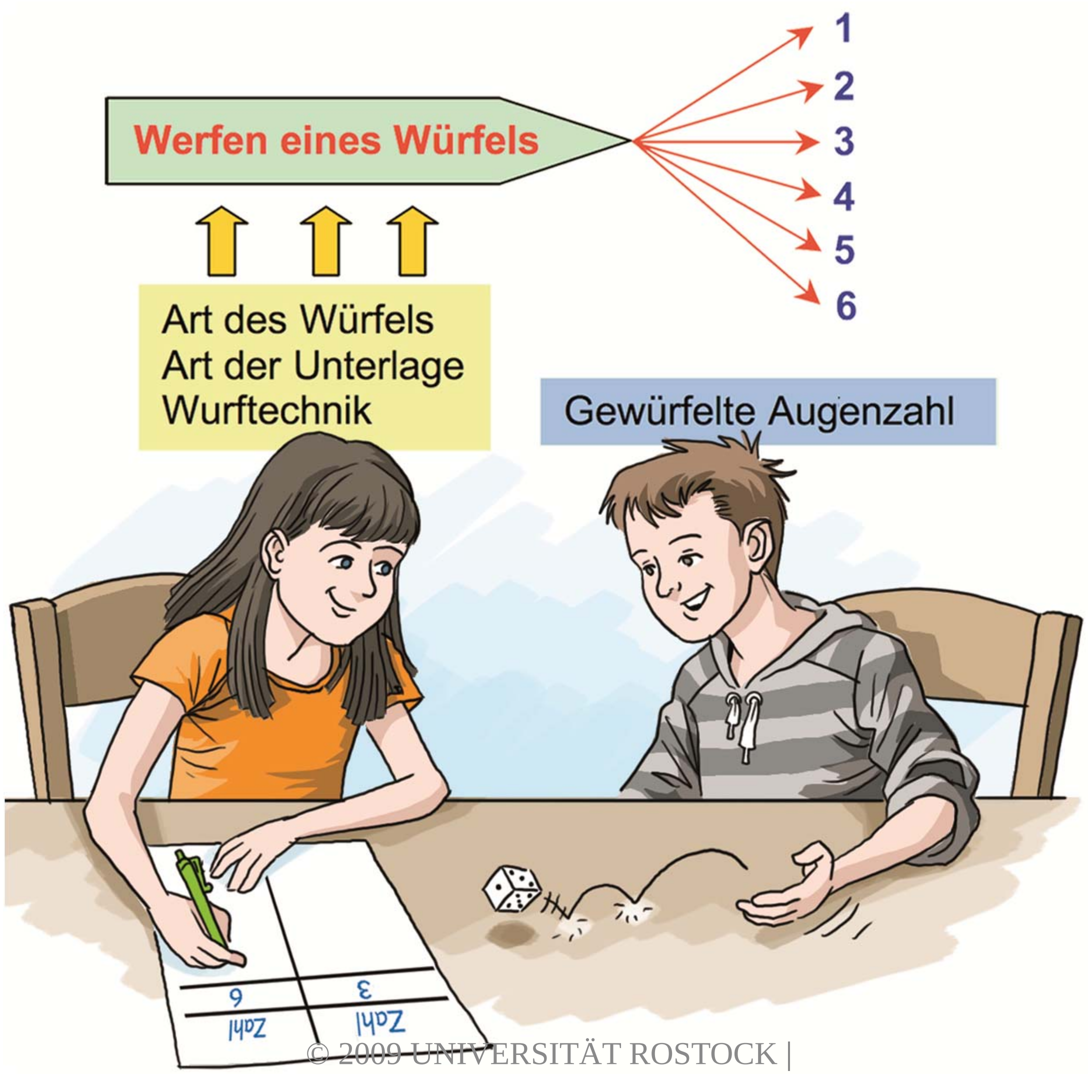
Hamburg

- angepasst an Bildungsstandards
- unterteilt in Beobachtungskriterien (Ende Klasse 2) und Regelanforderungen (Ende Klasse 4)
- zusätzlich Mindestanforderungen für den Besuch des Gymnasiums

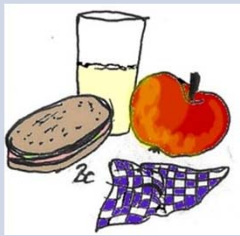
Hessen

- neben einem ausführlichen Kerncurriculum gibt es ein Leitfaden mit maßgeblichen Orientierungstexten, in denen beide Teilgebiete sehr ausführlich dargestellt sind

Beispiel: Werfen eines Würfels



Mein Tagesablauf

Was läuft ab?	Ich stehe auf.	Ich frühstücke.	Ich putze die Zähne.	Ich gehe zur Schule.
				
Was kann eintreten?	Ich brauche 10 Minuten.	Es gibt einen Apfel.	Ich nehme Kinderzahnpasta.	Ich fahre mit dem Bus.
				

2 Zufällige Ereignisse erkennen

Handlungen oder Ereignisse nennt man **zufällig**,
wenn ihr Auftreten möglich aber nicht sicher vorhersehbar ist.

Lies folgende Sätze und beurteile, ob es sich um zufällige Ereignisse handelt.

a) Ein Wendeplättchen (Rot/Blau) wird geworfen. Rot liegt oben.

b) Das Lesebuch hat 142 Seiten.

c) Beim Werfen auf eine Zielscheibe hat Tina genau in die Mitte getroffen.

d) Julian hat einen Mathetest geschrieben. Er hat alle Aufgaben richtig gerechnet.

e) Meine Eltern gehen am Wochenende mit mir ins Kino.

f) Im Loseimer sind noch 25 Nieten und 5 Gewinne. Bastian zieht einen Gewinn.

Schreibe diejenigen Sätze in dein Heft, die ein zufälliges Ereignis beschreiben.

Erfinde eigene Sätze mit zufälligen Ereignissen und schreibe sie auf.

Lösung: zufälliges Ereignis: a) und f)

Häring/Ruwisch: Die Wahrscheinlichkeitsbox, Kallmeyer, 2012, S.17