

# **Zur Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen und ihren Konsequenzen für den Unterricht**

- 1 Zur Geschichte der Idee**
- 2 Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen**
- 3 Anwendungen der Betrachtungsweise**
  - 3.1 Zufallsbegriff**
  - 3.2 Wahrscheinlichkeitsbegriff**
  - 3.3 Mehrstufige Vorgänge**
  - 3.4 Datenkompetenz**

## 1. Zur Geschichte der Idee

- Arbeitsgruppe „Stochastik“ der Akademie der Pädagogischen Wissenschaften, Institut für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht, Abteilung Mathematik, ab 1983 ?
- Quellen:
  - Renyi, A.: Briefe über die Wahrscheinlichkeit, 1969
  - Heitele, D.: Didaktische Ansätze zum Stochastikunterricht in Grundschule und Förderstufe, 1976
  - Sačkov, I. V.: Wahrscheinlichkeit und Struktur, 1978
  - Steinbring, H.: Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes, 1980
  - Hörz, H.; Wessel, K.-F.: Philosophische Entwicklungstheorie, 1983
- Forschungsbericht zur Entwicklung eines fakultativen Kurses „Stochastik“, Güstrow, 1986

## 2. Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen

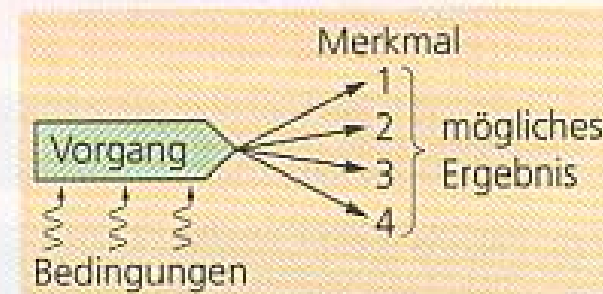
Aspekte:

- Betrachtung eines einzelnen zeitlich ablaufenden Vorgangs in der Natur, der Gesellschaft oder dem Denken in der Vergangenheit, der Gegenwart oder der Zukunft
- Frage nach dem betrachteten Merkmal
- Frage nach den möglichen Ergebnissen bezüglich des Merkmals
- Betrachtung der Bedingungen eines einzelnen Vorgangs
- Unterscheidung von allgemeine Bedingungen (Einflussfaktoren) und ihren Ausprägungen bei Ablauf des Vorgangs
- Betrachtung einer bestimmten Anzahl von nacheinander oder gleichzeitig ablaufenden Vorgängen und ihren Bedingungen
- Gruppierung von Vorgängen auf der Grundlage der Analyse der Bedingungen
- Unterscheidung von Vorgang und Experiment zur Untersuchung des Vorgangs

Vorgänge mit verschiedenen möglichen **Ergebnissen** heißen **zufällige Vorgänge**. Die tatsächlich eintretenden Ergebnisse sind immer von bestimmten Bedingungen abhängig. Das Ergebnis eines zufälligen Vorgangs kann nicht mit Sicherheit vorausgesagt werden.

Zur Untersuchung zufälliger Erscheinungen beantworte folgende Fragen:

- Welcher Vorgang läuft ab?
- Welches Merkmal interessiert mich?
- Welche Ergebnisse können auftreten?
- Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?



Die Planung und Durchführung einer bestimmten Anzahl von Wiederholungen eines zufälligen Vorgangs wird als **Zufallsversuch (Zufallsexperiment)** bezeichnet.

Zufällige Vorgänge treten in vielen Bereichen auf.



Vorgang	ein Schüler springt	Werfen eines Würfels	Wachstum einer Getreideähre
Merkmal	Zensur für die Weite	Augenzahl	Länge
mögliche Ergebnisse	Zensuren 1 bis 6	1, 2, 3, 4, 5, 6	Längen zwischen 5 cm und 15 cm
Bedingungen	z. B. Technik, Sprungkraft, Windrichtung	z. B. Wurftechnik, Unterlage, Würfel	z. B. Bodengüte, Erbanlagen, Wetter
möglicher Zufallsversuch	Alle Schüler einer Klasse springen.	Es werden 600 Würfe untersucht.	Alle Ähren eines Feldes werden untersucht.

### **3 Anwendungen der Prozessbetrachtung**

#### **3.1 Zufallsbegriff**

*Zufallsbegriff in der Umgangssprache:*

- ein sehr selten auftretendes Ereignis: „großes Glück“, „großes Pech“
- ein unerwartetes Ereignis: „zufällig begegnet“, durch Zufall gewonnen
- eins von mehreren gleichmöglichen Ereignissen: Augenzahl ist zufällig
- was man beeinflussen kann, ist nicht zufällig: Die Zensur war kein Zufall.

*Zufallsbegriff in der Wissenschaft*

- Zufallsexperiment: Experiment mit ungewissem Ausgang, das beliebig oft wiederholbar ist
- zufälliges Ereignis: Aussage über Ergebnis eines Zufallsexperimentes
- Zufallsstichprobe, zufällige Auswahl: Gleichwahrscheinlichkeit, Unabhängigkeit der Ergebnisse, „echte“ Zufallszahlenfolge, „blindes“ Ziehen aus einer Urne
- Ausdruck fehlender Kenntnisse: die Gesamtheit der Ursachen des Ereignisses ist nicht bekannt, der Zufall verschwindet bei vollständiger Information
- Zufall als Korrelat zur Notwendigkeit: Der Zufall ist der Schnittpunkt zweier Notwendigkeiten

## Vorgänge



Auf dem nebenstehenden Bild ist eine Straßenkreuzung dargestellt. Nenne Vorgänge, die du als zufällig bezeichnen würdest. Was kann bei diesen Vorgängen in den nächsten Minuten passieren? Bei welchen Voraussagen bist du dir absolut sicher, bei welchen nicht?

1. Welche Ergebnisse sind möglich? Sind die Vorgänge zufällig?

Vorgang	Merkmal
a) Ziehen einer Karte aus einem Mau-Mau-Spiel	Farbe der Karte
b) Werfen mit zwei Würfeln	Summe der Augenzahlen
c) Lernen für den Mathematikunterricht	Zensur in einer Arbeit

2. Von welchen Bedingungen sind die Ergebnisse abhängig?

Vorgang	Merkmal
a) Tagesverlauf in den Sommerferien	mein Trinkwasserverbrauch
b) Packen einer Schultasche	Gewicht der Schultasche
c) Entwicklung der Interessen eines Schülers	Hobby des Schülers

## 3.2 Wahrscheinlichkeitsbegriff

Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffes als Arten zufälliger Vorgänge:

*A: Vorgänge in der Natur oder der Gesellschaft*

- Ergebnisse: reale Objekte, Zustände
- Bedingungen: Zustände der Natur, der Gesellschaft
- Die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse wird durch das Denken des Subjektes, das den Vorgang untersucht, nicht beeinflusst, d.h. sie existiert unabhängig („objektiv“) vom erkennenden Subjekt, das sie nur möglichst genau bestimmen kann.

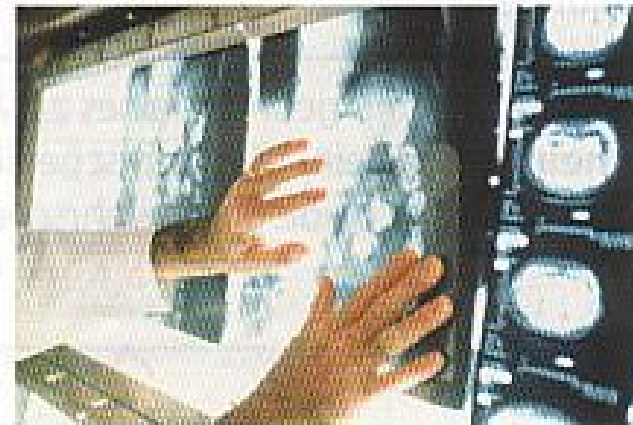
*B: Denkprozesse*

- Ergebnisse: Gedanken, Hypothesen
- Bedingungen: Kenntnisse des Subjektes, Verlaufseigenschaften des Denkens
- Die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse hängt vom Subjekt ab, das die Gedanken äußert („subjektive“ Wahrscheinlichkeit). Sie ändert sich mit Änderung der Kenntnisse des Subjektes



Es ist sinnvoll, auch bei Vermutungen von einer Wahrscheinlichkeit zu sprechen, mit der die Vermutung zutrifft. Vermutungen entstehen als Ergebnis von Denk- oder Lernvorgängen. Bedingungen dieser Vorgänge sind z.B. die zur Verfügung stehenden Erkenntnisse und Informationen. Mit der Zunahme von Informationen kann sich die Wahrscheinlichkeit von Vermutungen ändern.

Mandys Arm ist nach einem Sturz mit dem Fahrrad stark angeschwollen und schmerzt sehr. Der Arzt stellt im Ergebnis einer ersten Untersuchung fest: „Die Wahrscheinlichkeit für einen Knochenbruch ist leider groß“. Nach einer Röntgenaufnahme meint er jedoch: „Es besteht nur noch eine geringe Wahrscheinlichkeit, dass ein Knochen verletzt ist. Wir müssen weitere Untersuchungen anstellen.“



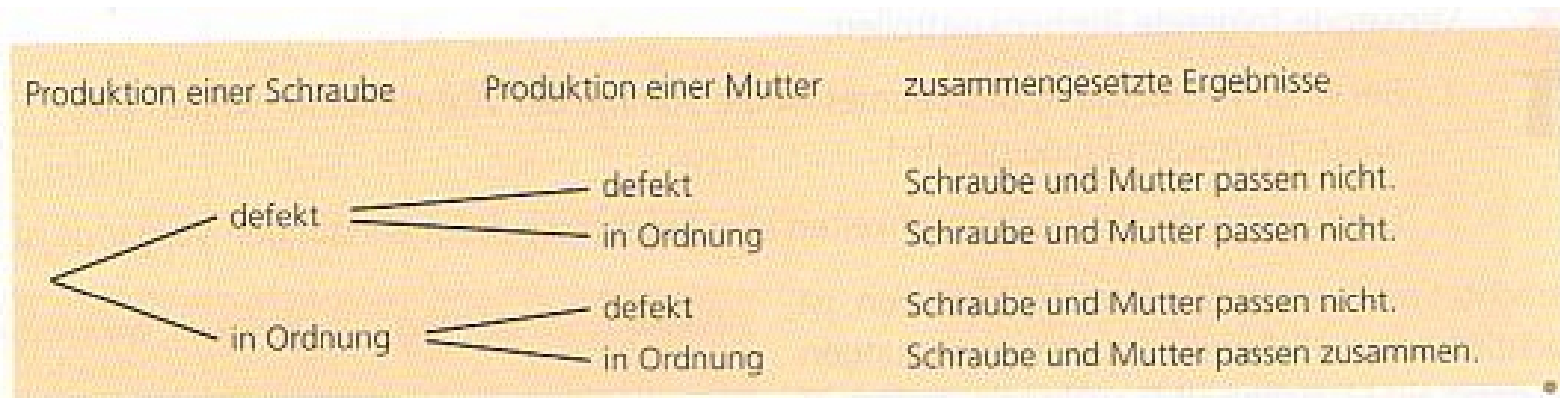
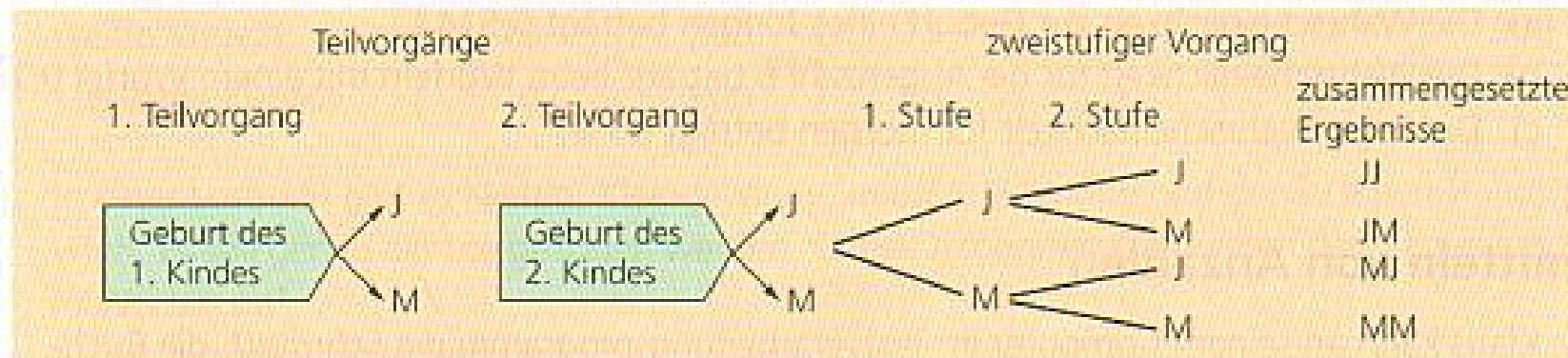
### 3.3 Mehrstufige Vorgänge

Auffassen der Ergebnisse mehrstufiger Vorgänge als zusammengesetzte Ergebnisse mehrerer gleichzeitig oder nacheinander ablaufender Teilvorgänge

Schritte:

1. Bestimme die Teilvorgänge, die nacheinander oder gleichzeitig ablaufen sowie alle interessierenden Ergebnisse der Teilvorgänge!
2. Ordne die Teilvorgänge möglichst entsprechend dem zeitlichen Ablauf nacheinander an!
3. Zeichne ein Baumdiagramm, in dem jedes Ergebnis des 1. Teilvorgangs Ausgangspunkt für alle Ergebnisse des 2. Teilvorgangs ist. Verfahre ebenso mit den weiterhin vorhandenen Teilvorgängen.
4. Jeder Pfad entspricht einem zusammengesetzten Ergebnis.

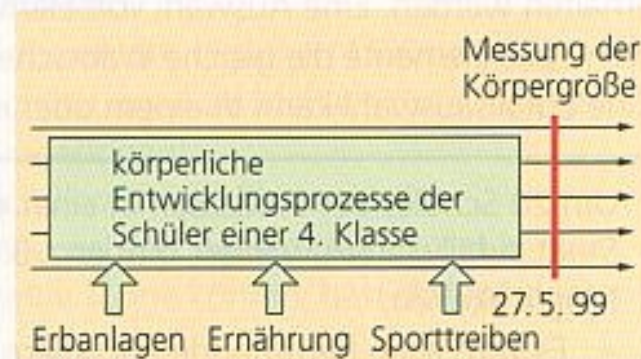
Die Geburt zweier Kinder kannst du als Zusammensetzung zweier Teilvorgänge ansehen, die nacheinander ablaufen. Jedes Ergebnis des ersten Teilvorganges kann mit jedem Ergebnis des zweiten Teilvorganges kombiniert werden.



### 3.4 Datenkompetenz

Daten haben keinen Sinn, wenn man nicht weiß, unter welchen Bedingungen sie entstanden sind.

In der Statistik werden die Ergebnisse der zufälligen Vorgänge als **Ausprägungen des Merkmals** oder als **Daten** bezeichnet. Die Gesamtheit aller Objekte, die bei einer statistischen Untersuchung betrachtet werden sollen, heißt **Grundgesamtheit**. Die Objekte heißen Elemente der Grundgesamtheit.



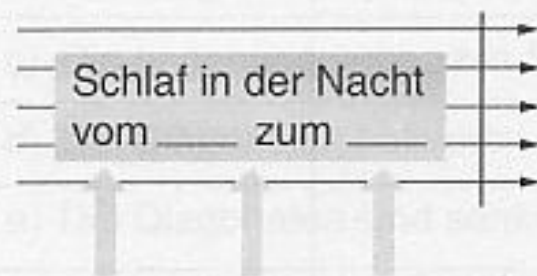
Die zufälligen Vorgänge laufen meist zeitlich parallel ab. Das Erfassen der Daten erfolgt hingegen zu einem bestimmten Zeitpunkt während des Verlaufs der zufälligen Vorgänge.

Zur Auswertung von Daten stelle dir folgende Fragen:

- Gibt es Übereinstimmung mit meinen bisherigen Vorstellungen?
- Welche Ursachen könnte es für die Art der Verteilung der Daten geben?
- Welche Zusammenhänge mit anderen Datensätzen gibt es?
- Welche Vergleiche zur Veranschaulichung der Daten sind möglich?

Ermittle deine Schlafdauer, indem du die Einschlafzeit schätzt und beim Aufwachen auf die Uhr schaust! Trage die Schlafzeiten deiner Mitschüler getrennt nach Jungen und Mädchen in ein Stamm-und-Blätter-Diagramm ein! Werte die Ergebnisse aus! Gib einige Bedingungen an, die den Vorgang beeinflussen!

Schüler der Klasse \_\_\_\_\_



Jungen	Mädchen
Min.	Min.
	6
	6
	7
	7
	8
	8
	9
	9
	10
	10