

Standpunkte und Hinweise zur Behandlung des Themas

Zur Behandlung der Begriffe Strecke, Strahl, Gerade sowie Streifen, Abstand, Vierecke

1. Aus Zeitgründen sollten lediglich grundlegende Verfahren (z. B. Zeichnen von zueinander parallelen oder senkrechten Geraden) reproduziert oder gegebenenfalls bestehende Defizite ausgeglichen werden. Das kann u. a. in täglichen Übungen (auch im Zusammenhang mit dem Arithmetikunterricht) erfolgen. Der Rückblick kann auch zur Wiederholung, Diskussion von Vorgehensweisen, zur Erarbeitung wesentlicher Merkmale eines zu behandelnden Begriffs oder zur Motivation genutzt werden. Gleiches gilt für Darstellungen oder Aufgaben im Aufgabenteil des Lehrbuchs. Beispiele:
 - Parallelität von Geraden
 - Streifen
 - Abstand
2. Der Begriff „Abstand eines Punktes von einer Geraden“ ist Grundlage für die Erfassung des Begriffes „Abstand einer Geraden von einer (zu ihr parallelen) Geraden“ bzw. des Begriffes „Streifenbreite“. Auf seine Sicherung ist deshalb besondere Sorgfalt zu verwenden. Der Schüler muss erkennen, dass, während zur Bestimmung des Abstandes zweier Punkte die Verbindungsstrecke dieser Punkte maßgebend ist, zur Ermittlung des Abstandes eines Punktes P von einer Geraden g nicht jede Verbindungsstrecke von P zu einem Punkt von g gewählt werden kann, sondern nur die, die zu g senkrecht ist.

Zur Behandlung des Winkelbegriffs

1. Auf Grund der Komplexität und Vielschichtigkeit des Winkelbegriffes und der ohnehin nicht gegebenen Möglichkeit einer umfassenden Darstellung (infolge des Fehlens der negativen Zahlen), wird gar nicht erst der Versuch einer vollständigen Angabe aller Aspekte unternommen. Dem Unterrichtswerk ist ein minimales System von Gedanken zum Winkelbegriff zu Grunde gelegt, das im Laufe des folgenden Unterrichts (insbesondere bei der Behandlung der Drehung in Kl. 6) erweitert wird. Das Eingehen auf positiven (und damit auch negativen) Drehsinn ist an dieser Stelle unnötig und verkompliziert die Thematik noch mehr.
2. Der Winkel wird als Paar von Strahlen mit gemeinsamen Anfangspunkt erklärt. Das Winkelmaß sollte zunächst auf das Intervall $[0^\circ, 180^\circ]$ beschränkt bleiben, da zur Entwicklung von Fertigkeiten im Messen und Zeichnen von Winkeln mit Geodreieck oder Winkelmesser eine Beschränkung auf dieses Intervall günstig und eine Erweiterung nicht erforderlich ist. Überstumpfe Winkel wurden ins Lehrbuch entsprechend der Rahmenplanforderungen aufgenommen.
3. Der dynamische Aspekt des Winkelbegriffs wird durch Beispiele und Betrachtungen zur Entstehung und Veränderung von Winkeln erfasst.
4. Auf die Auffassung von Winkel als Ebenenteil wird nicht eingegangen.
5. Die Lagebeziehung „zueinander senkrecht“ sollte im Unterricht mit dem Winkelbegriff möglichst gleich bei seiner Erarbeitung in Verbindung gebracht werden, um an das Kenntnissystem der Schüler anzuknüpfen.
6. Winkel und Winkelmaß sollten in möglichst engem Zusammenhang behandelt werden.
7. Winkel zwischen Geraden und Winkel in Figuren werden im Leitfaden nicht extra erklärt und von Winkel zwischen Strahlen unterschieden, im Unterricht sollten mit Blick auf die spätere Anwendung des Winkelbegriffs zum Ende hin entsprechende Aufgaben enthalten sein.
8. Durch entsprechende Aufgabenstellungen sollten die Schüler angeregt werden, möglichst viele Anwendungen des Winkelbegriffs im Alltag zu finden.

Zur Bezeichnung von Winkeln

1. Eine Unterscheidung in der Bezeichnung von Winkel und Winkelmaß erfolgt nicht, da aus der Art der Verwendung die Bedeutung meist eindeutig hervorgeht.
2. Um Winkel zu kennzeichnen werden Kreisbögen ohne Orientierung benutzt. Da zunächst eine Beschränkung auf Winkel kleiner als 180° erfolgt, ist ein Kreisbogen nicht immer erforderlich.
3. Hauptsächlich werden zur Angabe von Winkeln und ihrer Maße in diesem Abschnitt griechische Buchstaben benutzt, deren Schreib- und Sprechweise ausreichend geübt werden sollte.
4. Die Bezeichnung mit drei Buchstaben wird im Leitfaden aus Gründen der Vollständigkeit erwähnt, aber im Unterricht erst später bei der Behandlung von Dreiecken und Vierecken benutzt.

Zur Einführung des Winkelmaßes

1. Im Sinne einer engen Verbindung von Winkelbegriff und Winkelmaß sollte zuerst ein Maß eingeführt werden, bevor die Winkelarten (spitzer, rechter, stumpfer Winkel) erklärt werden. Das hat den Vorteil, dass bei der Festigung der Winkelarten bereits Größenvorstellungen zum Gradmaß ausgebildet werden können. Die dadurch entstehende Vermischung der Themen „Winkelbegriff und Winkelarten“ sowie „Winkelmaß und Winkelmessung“ wird nicht als wesentlicher Nachteil angesehen.
2. Verfahren zum Messen und Zeichnen von Winkeln sowie entsprechende Fertigkeiten sollten jedoch erst im Anschluss an die Winkelarten vermittelt und ausgebildet werden.

Zur Behandlung des Messens und Zeichnens bzw. Antragens von Winkeln

1. Das Messen und das Zeichnen bzw. Antragen von Winkeln sind grundlegende Fertigkeiten, die im folgenden Unterricht an mehreren Stellen benötigt werden (Finden von Sätzen über Winkel, Konstruieren von Figuren, insbesondere Drehungen, Kreisdiagramme u. a.). Sie sollten bereits in diesem Stoffabschnitt in entsprechender Qualität ausgebildet werden, um bei der Behandlung der entsprechenden Inhalte zur Verfügung zu stehen.
2. Das Arbeiten mit dem Zirkel ist zwar das traditionelle und im Sinne des mathematischen Begriffs des Konstruierens exakte Verfahren, zum schnellen, sicheren und genauen Antragen von Winkeln ist die Verwendung des Geodreiecks jedoch weit günstiger. Im Leitfaden werden im Sinne der Vollständigkeit alle Verfahren vorgestellt, wobei die Arbeit mit einem Winkelmesser und die Verwendung des Geodreiecks nach Variante 1 kaum getrennt zu werden brauchen. Die Schüler sollten auf die Verwendung des Geodreiecks nach Variante 2 orientiert werden.

Zu Größenvorstellungen von Winkeln

1. Es sollten Vorstellungen zu den Winkelgrößen 30° , 45° , 60° , 90° und 180° entwickelt werden, wozu Übungen zum Schätzen und Skizzieren von Winkeln in die Aufgabenteile aufgenommen wurden.
2. Um den erforderlichen Grad der Allgemeinheit der Vorstellungen auszubilden, werden Winkel gleicher Größe in verschiedener Lage und mit unterschiedlicher Länge der Schenkel dargestellt, wozu oft auch Winkel in Figuren verwendet werden.

Zur Funktion der geometrischen Abbildungen im Rahmen der mathematischen Allgemeinbildung

1. Die Funktionen der Abbildungen im Rahmen der mathematischen Allgemeinbildung werden nicht primär aus Sicht ihrer Bedeutung beim Aufbau eines modernen Geometrieunterrichts gesehen. Insbesondere wird den Fragen einer fundierten Begriffsbildung und einer Vermittlung von Kenntnissen über Abbildungen alleine auf Grund ihrer mathematischen Bedeutung ein geringer Stellenwert beigemessen.
2. Die Funktionen der Abbildungen ergeben sich
 - a) aus den Notwendigkeiten zur Beschreibung, Analyse und Veränderung relevanter Erscheinungen der Umwelt
 - b) aus den Potenzen einer Beschäftigung mit Abbildungen zur Realisierung anderer Ziele des Mathematikunterrichts.

Zentrales Anliegen ist es, die Abbildungen in folgende Entwicklungsprozesse mathematischer Bildung zu integrieren:

- Aneignung von Kenntnissen über geometrische Figuren,
- Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens,
- Entwicklung des Könnens im Durchführen dynamischer bzw. funktionaler Betrachtungen.

Zur Rolle der Bewegungen und der Symmetrie bei der Aneignung von Kenntnissen über ebene und räumliche Figuren

1. Auf der Entwicklungsstufe der Kenntnisse über geometrische Figuren in den Klassen 5 und 6 sollte ein möglichst reichhaltiges Beziehungsgeflecht von charakteristischen Unterscheidungsmerkmalen entwickelt werden, ohne dass bereits eine Strukturierung in definierende und abgeleitete Eigenschaften erfolgt. Über die ganzheitliche Erfassung der Figuren und Beschreibung einzelner Eigenschaften in der Primarstufe hinaus, sollten die wesentlichen Gruppen von Merkmalen, nach denen die Figuren unterschieden werden können, bewusst gemacht werden. Für die ebenen Figuren sind dies die Geradlinigkeit, Anzahl, Gleichheit und Parallelität der Seiten sowie die Gleichheit und Größe (in Bezug zu 90°) der Winkel. Bei den Körpern geht es analog um Ebenflächigkeit, Anzahl, Form, Gleichheit (Kongruenz) der Begrenzungsflächen sowie Größe der Winkel zwischen den Begrenzungsflächen.

2. Die Symmetrie wird als ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ebener und räumlicher Figuren angesehen. Das bedeutet, dass über die gelegentlichen Untersuchungen der Symmetrieeigenschaften hinaus, ein systematischer Vergleich der Symmetrien vorgenommen und dies als neues Merkmal durch die Schüler angeeignet werden sollte. Dabei erfolgt aus Sicht der praktischen Bedeutung und der üblichen Verwendung des Wortes „symmetrisch“ eine Beschränkung auf die Achsensymmetrie. Drehsymmetrie und Punktsymmetrie sollten zwar ebenfalls untersucht, aber nicht als zu speichernde Merkmalsgruppen herausgestellt werden.
- Mit der Einführung der Symmetrie als ein Merkmal von Figuren wird auch die entsprechende Untersuchung von Funktionsgraphen vorbereitet.

Zum Beitrag der Bewegungen zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens

1. Das Erkennen von Symmetrien (nur Achsen-, Dreh- und Verschiebungssymmetrie) und von möglichen Bewegungen (bei vorgegebenem Original und Bild) bei ebenen und räumlichen Figuren erfordert ein z. T. erhebliches räumliches Vorstellungsvermögen. Der Schwierigkeitsgrad lässt sich gut erkennen und beeinflussen. Durch materielle Handlungen (Falten, Transparentpapier verwenden) kann die Entwicklung des Vorstellungsvermögens unterstützt werden. Aus diesen Gründen sollten ausreichend Aufgaben dieser Art angeboten und in den Prozess der Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens integriert werden.
2. Die Konstruktion von symmetrischen Figuren bzw. von Bildern bei Bewegungen kann bei entsprechender methodischer Gestaltung ebenfalls zur Entwicklung räumlichen Vorstellungsvermögens genutzt werden. Die Schüler sollten stets vor der Konstruktion die zu erwartenden Lage schätzen und evtl. skizzieren. Eine Automatisierung der Konstruktionsvorschriften sollte aus dieser Sicht vermieden werden.
3. Besonders geeignet sind Aufgaben zur Spiegelung und Drehung, z. B. das Erkennen von Fehlern in Spiegelbildern, des Auslegen von Figuren mit Teilfiguren (Tangram, Puzzle), das Zeichnen oder Identifizieren von Gittern, Zäunen o. ä. Gegenständen von der anderen Seite.

Zum Beitrag der Bewegungen zur Entwicklung des Könnens im Durchführen dynamischer bzw. funktionaler Betrachtungen

1. Durch die Behandlung der Bewegungen muss ein wichtiger Beitrag zur Heranführung der Schüler an dynamische und funktionale Betrachtungen geleistet werden. Dies ist eine historische Quelle, ein wesentliches Anliegen und ein entscheidender Vorzug der Bewegungsgeometrie gegenüber der Euklidischen Geometrie, die die Figuren primär als konkret gegebene und unveränderliche Objekte ansieht. Ähnlich wie der Variablen- und Funktionsbegriff in der Analysis aus der Betrachtung von Veränderungen funktionaler Zusammenhänge entstanden ist und eine neue Etappe in der Entwicklung dieser Disziplin einleitete, widerspiegelt auch der Begriff der geometrischen Abbildung das Moment der Veränderung in der Geometrie und führte zu ihrer Neustrukturierung.
2. Dynamische Betrachtungen anzustellen, heißt vor allem Untersuchung und Veränderung vorgegebener Figuren. Dazu gibt es z. B. folgende Möglichkeiten:
 - Untersuchung der Symmetrieeigenschaften der Figur,
 - Finden von Strecken, die durch eine Bewegung aufeinander abgebildet werden können,
 - Finden von Zusammenhängen (z. B. Nebenwinkelsatz durch Drehen des Strahls),
 - Betrachtungen zur Flächenveränderung (Scherung von Figuren).

Zur Konstruktion von Bewegungen

1. Die Konstruktionen sollten nicht bis zur sicheren Beherrschung der einzelne Vorschriften geübt werden, sondern lediglich zur Festigung von Grundfertigkeiten im Umgang mit Lineal, Geodreieck und Zirkel, zur Vertiefung der Eigenschaften der Bewegungen zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens und des ästhetischen Empfindens dienen.
2. Bei den Konstruktionen von symmetrische Figuren bzw. Bewegungen sollte die Methode der Bestimmungslinien vorbereitet werden. Dazu ist die Konstruktion möglichst auf das Bestimmen von Punkten zurückzuführen. Für die Lage jeden Punktes sollten immer zwei Bedingungen bzw. Eigenschaften angegeben werden, aus denen sich zwei Bestimmungslinien ergeben.
3. Vorrangig sollte auf die Verwendung von Gitterpapier orientiert werden.
4. Die Anzahl der Aufgaben zur Durchführung von Bewegungen sollte nicht wesentlich größer sein als die Anzahl der Aufgaben zur Identifizierung der Symmetrien bzw. Bewegungen.

Zur Behandlung des Umfangs von Figuren

1. Der Begriff Umfang sollte für beliebige, geradlinig und nichtgeradlinig begrenzte Figuren an Beispielen eingeführt werden. Ausgangspunkt können bekannte Begriffe (Körperumfang, Kopfumfang, Bauchumfang) sein. Damit soll ein inhaltliches Verständnis für den Umfangsbegriff erreicht und Verwechslungen mit dem Flächeninhalt vorgebeugt werden, indem eine zu enge Bindung an den Umfang eines Rechtecks sowie die entsprechende Formel vermieden wird.
2. Der Umfang wird vor der Flächenberechnung behandelt. Die Integration der Begriffsnetze Umfang und Flächeninhalt von Figuren sollte im Rahmen gemischter Übungen erst im Anschluss an die separate und sichere Ausbildung der beiden Begriffssysteme erfolgen.
3. Mit den Formeln für den Umfang und den Flächeninhalt von Rechtecken und den Rauminhalt von Quadern lernen die Schüler erstmalig Gleichungen mit Größenvariablen kennen. Bei der Aneignung dieser Formeln wird deshalb auch versucht, die folgenden generellen Herangehensweisen an den Umgang mit Formeln zu vermitteln.
 - Formeln sollte man sich nicht alleine als „Buchstabengleichungen“ merken, sondern „in Worten“.
 - Eine Formel gilt immer nur für eine bestimmte Figur bzw. einen bestimmten Körper. Vor der Anwendung der Formel muss man untersuchen, ob das gegebene Objekt eine solche Figur bzw. ein solcher Körper ist. Manchmal kann man auch das gegebene Objekt in Teilobjekte zerlegen, auf die die Formel dann anwendbar ist.
 - Bei der Anwendung einer Formel zu Berechnung einer Größe ist es günstig, die Formel mit Variablen zunächst allgemein aufzuschreiben. Dann müssen die Belegungen der Variablen für den konkreten Fall ermittelt und in die Formel eingesetzt werden.
 - Beim Einsetzen der konkreten Größenangaben (Belegen der Variablen) ist darauf zu achten, dass die Einheiten gleich sind. Die Einheiten werden in die Formel mit eingesetzt und in der Hauptrechnung mitgeführt.
 - Die Größe auf der linken Seite der Formel (Umfang, Flächeninhalt, Volumen) kann man auch ohne die Formel durch Messen ermittelt werden. Eine Berechnung aus den leichter zu messenden oder gegebenen Größen auf der rechten Seite ist meist einfacher.
 - Eine Formel kann nicht nur mit der Größe auf der linken Seite der Formel (zu deren Berechnung sie dient) in Verbindung gebracht werden. Eine Formel beschreibt einen Zusammenhang zwischen mehreren Größen (Längen, Längen und Flächeninhalt, Längen und Rauminhalt).
 - Zur Untersuchung des Zusammenhangs zwischen den Größen ist es günstig zu ermitteln, wie sich die Größe auf der linken Seite bei Veränderung der Größen auf der rechten Seite ändert bzw. wie man eine Veränderung der Größe auf der linken Seite durch Veränderungen der Größen auf der rechten Seite erreichen kann.

Zur Behandlung des Begriffs Flächeninhalt und die Flächeninhaltsformel für Rechtecke

1. Der Begriff Flächeninhalt sollte im Rahmen der Fassbarkeit von Schülern 5./6. Klassen möglichst allgemein ausgebildet werden, da es sich um einen grundlegenden und praktisch bedeutsamen Begriff handelt und wichtige Kenntnisse über Größen wiederholt und verallgemeinert werden können. Es sollten etwa folgende Einsichten und Kenntnisse vermittelt werden:
 - Um die Größe von Flächen (an realen Objekten, möglichst „Fläche“ als Boden- Landfläche) zu vergleichen, muss man die Flächen ausmessen können. Analog zur Messung von Längen, Massen oder Zeiten braucht man Vergleichseinheiten (Messen heißt Vergleichen mit Einheiten).
 - Während es für Längen, Massen und Zeiten Messgeräte gibt, auf denen die Einheiten abgetragen sind (Lineal, Küchenwaage, Uhr) bzw. die zum Vergleichen mit den Einheiten dienen (Balkenwaage), gibt es so etwas für Flächeninhalte i. Allg. nicht. Auf Planimeter (Geräte zur Flächeninhaltsmessung beliebiger Flächen durch Umfahren der Begrenzungskurve) kann hingewiesen werden. Eine Messung ist deshalb nur „per Hand“ möglich, indem die Fläche mit geeigneten Einheiten ausgelegt wird.
 - Als Einheiten wählt man Quadrate unterschiedlicher Größe. Quadrate sind günstiger als z. B. Kreise, da die meisten Flächen in der Praxis eckig (mit rechtwinkligen Ecken) sind. Als Seitenlängen der Einheitenquadrate wählt man die Einheiten der Länge. Die Einheiten der Fläche bauen also auf den Einheiten der Länge auf, was z. B. bei der Bestimmung der Umrechnungszahlen gut nutzen kann. Die Bezeichnung „Quadratzentimeter“ und die Schreibweise cm^2 kann an dieser Stelle noch nicht vollständig erklärt werden. 1 „Quadratzentimeter“ ist der Inhalt eines Quadrates mit 1 cm Seitenlänge. cm^2 sollte auch schon als „cm hoch zwei“ gelesen werden.
 - Es gibt Flächen, die sich schwer (z. B. Dreiecke) oder nicht vollständig (z. B. Kreise) durch Quadrate auslegen lassen. Hier muss man geschickte Zerlegungen vornehmen bzw. kann nur Näherungswerte für den Flächeninhalt ermitteln.
 - Am einfachsten lassen sich Rechtecke und Quadrate ausmessen.
2. Die Formel für den Flächeninhalt eines Rechtecks sollte vor allem verbal (Länge mal Breite) formuliert und gemerkt werden. Anknüpfend an die Verwendung der Umfangsformel wird bei Aufgaben mit der Gleichung $A = a \cdot b$ gearbeitet.