

## 3 Gemeine Brüche und Dezimalbrüche

### Planungsvorschlag

Thema	h	Schwerpunkte	Bemerkungen
<b>3.1 Bruchbegriff</b>	5	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Entwickeln inhaltlicher Vorstellungen von Brüchen durch schrittweise Anreicherung mit verschiedenen Aspekten</li> <li>– Einführung der Begriffe Bruch, Zähler, Nenner, Bruchstrich,</li> <li>– Brüche als Teile eines Ganzen</li>   <li>– Brüche als Zahlenwerte von Größen</li>   <li>– Brüche als Teile einer Anzahl</li>   <li>– Bruchteile von Größen</li> <li>– Fertigkeiten im Bestimmen von Bruchteilen</li> <li>– Brüche als Ergebnis einer Divisionsaufgabe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Die Aspekte sollen nicht explizit thematisiert werden</li> <li>– s. Standpunkte zum Bruchbegriff</li>   <li>– konkrete Handlungen zum Teilen von Ganzen durchführen</li> <li>– Verwenden von gemischten Zahlen; Anknüpfen an Kenntnisse über Brüche als Maßzahlen</li> <li>– entspricht Brüche als Teile mehrere Ganzer</li> <li>– auf ganzzahlige Anteile beschränken</li> <li>– auf Teilbarkeit der Größenangabe durch Nenner beschränken</li>   <li>– nur als Ergänzung</li> </ul>
<b>3.2 Darstellen von Brüchen an dem Zahlenstrahl</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Einführen der Begriffe echter und unechter Bruch</li> <li>– Identifizieren von Punkten</li> <li>– Darstellen für ausgewählte Nenner</li> </ul>	
<b>3.3 Erweitern und Kürzen von Brüchen</b>	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>– inhaltliche Vorstellungen vom Erweitern und Kürzen</li> <li>– Fertigkeiten im Erweitern und Kürzen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– beides gleich gemischt üben</li> <li>– Beschränken auf einfache Erweiterungs- und Kürzungszahlen</li> <li>– ausführliche Schreibweise lange beibehalten</li> <li>– Kürzen größerer Zahlen nur schrittweise ausführen</li> </ul>
<b>3.4 Vergleichen und Ordnen gleichnamiger Brüche</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>– erste Erfahrungen im Vergleichen von Brüchen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Vergleiche begründen lassen. Als Begründung auch Kenntnisse über Lage von echten bzw. unechten Brüchen auf dem Zahlenstrahl nutzen.</li> </ul>
<b>3.5 Addieren und Subtrahieren gleichnamiger Brüche</b>	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>– erste Erfahrungen im Addieren und Subtrahieren von Brüchen</li> <li>– einfache Umwandlungen von gemischten Zahlen in unechte Brüche und umgekehrt, durch Rückführung auf Addition gleichnamiger Brüche</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– auch einige Beispiele mit ungleichnamigen Brüchen, Lösung auf anschaulicher Grundlage</li> </ul>
<b>3.6 Dezimalbrüche</b> Erweiterung der Stellentafel  Dezimalbrüche und Zehnerbrüche  Ablezen von Skalenwerten	3	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Einführung von Dezimalbruch und Stellensprechweise</li> <li>– Bedeutung der Endnullen erfassen</li>   <li>– Umwandeln von Dezimalbrüche in Zehnerbrüche und umgekehrt</li> <li>– Kenntnisse zur Zuordnung bestimmter Brüche zu Dezimalbrüchen ausbilden und festigen</li> <li>– Erkennen der Skaleneinteilung, Zuordnen von Skalenwerten</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– s. Standpunkte zum Dezimalbruchbegriff</li> <li>– Anknüpfen an Kommaschreibweise bei Größenangaben</li>   <li>– Anknüpfen an Darstellen natürlicher Zahlen auf dem Zahlenstrahl</li> </ul>

Thema	h	Schwerpunkte	Bemerkungen
<b>3.7 Vergleichen, Ordnen und Runden von Dezimalbrüchen</b> Vergleichen und Ordnen von Dezimalbrüchen  Runden von Dezimalbrüchen	4	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Vergleichen von Dezimalbrüchen durch schrittweisen Stellenvergleich</li> <li>– Können im Runden von Dezimalbrüchen</li> <li>– Festigung der Rundungsregeln</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Bezug zum Vergleichen natürlicher Zahlen</li> <li>– Vorbereitung der Wertschrankenbestimmung von Näherungswerten</li> </ul>
<b>3.8 Rechnen mit Dezimalbrüchen</b>  Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen  Multiplizieren und Dividieren von Dezimalbrüchen mit Zehnerpotenzen  Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit natürlichen Zahlen  Multiplizieren von Dezimalbrüchen mit Dezimalbrüchen  Lösen von Sachaufgaben	8	<ul style="list-style-type: none"> <li>– sichere Kenntnis der Regel zum Addieren bzw. Subtrahieren von Dezimalbrüchen, Anwenden beim mündlichen und schriftlichen Rechnen</li> <li>– Festigung der Kopfrechenfertigkeiten mit natürlichen Zahlen</li> <li>– Lösen von Gleichungen durch Zerlegen von Zahlen bzw. Umkehrung von Rechenoperationen</li> <li>– Erarbeiten der Regel</li> <li>– sicheres Können im Anwenden der Regeln, auch bei Sachproblemen</li> <li>– Erarbeiten und Festigen der Regel</li> <li>– Erarbeiten der Regel und erste Fertigkeiten im Anwenden</li> <li>– Gewöhnen an Kontrollen</li> <li>– Festigung der Kopfrechenfertigkeiten</li> <li>– Anwenden der Multiplikation von Dezimalbrüchen</li> <li>– Weiterführung der Warenmenge-Preis-Berechnungen aus der Grundschule</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Arbeit mit Pfeilen wird empfohlen</li> <li>– Vorbereitung des Umrechnens von Größen</li> <li>– Da die Multiplikation gemeiner Brüche erst in Kl. 6 erfolgt, wird eine Plausibilitätserklärung empfohlen.</li> <li>– Beachtung typischer Fehler z. B. <math>0,3 \cdot 0,2 = 0,6</math></li> <li>– s. Standpunkte zum Lösen von Sachaufgaben</li> <li>– In den Sachaufgaben werden nur Sachverhalte benutzt, in denen direkte Proportionalität vorliegt.</li> </ul>
<b>3.9 Gemischte Aufgaben</b>	5	Auswahl von Schwerpunkten entsprechend der Klassensituation: <ul style="list-style-type: none"> <li>– Integration der Kenntnisse zu Brüchen und Dezimalbrüchen</li> <li>– Rechengesetze und Vorrangregeln</li> <li>– Integration der behandelten Rechenoperationen</li> <li>– Arbeit mit großen Zahlen</li> <li>– Lösen von Sachaufgaben zur Multiplikation von Dezimalbrüchen</li> </ul>	
<b>Summe</b>	<b>32</b>		

## Standpunkte und Hinweise zur Behandlung des Themas

### Zu Problemen der Begriffsbildung

1. Die Schüler sollen zunächst auf vielfältige Weise konkrete Brüche und Dezimalbrüche kennenlernen, deren Notwendigkeit/Zweckmäßigkeit sie an Beispielen aus ihrer Erfahrungswelt erleben.  
Hauptziel bei der Behandlung der gebrochenen Zahlen in den Klassen 5 und auch 6 ist die Herausbildung eines inhaltlichen Verständnisses für die verwendeten Begriffe und Verfahren sowie sichere Fertigkeiten im Lösen einfacher Grundaufgaben. Es soll eine Vertrautheit insbesondere im Umgang mit Brüchen erreicht werden. Die weitere Entwicklung des formalen Könnens beim Lösen anspruchsvollerer Aufgaben zur Bruchrechnung erfolgt in den Klassen 7–10 vor allem im Zusammenhang mit den Termumformungen und dem Lösen von Gleichungen.
2. Probleme der Zahlbereichserweiterung werden nur soweit es die Lehrpläne fordern behandelt. Es wird davon ausgegangen, dass diese Kenntnisse weder zum inhaltlichen Verständnis der Zahlbegriffe noch zur Festigung der Rechenfertigkeiten erforderlich sind. Systematisierende strukturelle Betrachtungen dieser Art können der Entwicklung von Abstraktionsfähigkeiten und dem Vertrautmachen mit mathematischen Denk- und Arbeitsweisen dienen. Dies wird nach Einführung weiterer Zahlenbereiche in höheren Klassenstufen und mit schulartspezifischer Ausprägung vorgeesehen.
3. Der Begriff „gebrochene Zahl“ wird erst in Klasse 6 im Zusammenhang mit der Darstellung von Brüchen und Dezimalbrüchen auf dem Zahlenstrahl eingeführt und als Oberbegriff für Brüche und Dezimalbrüche aufgefasst. Auf seine Verwendung wird verzichtet, wenn entweder nur mit Brüchen oder nur mit Dezimalbrüchen gearbeitet wird.
4. Erst am Ende der Behandlung der gebrochenen Zahlen in Klasse 6 werden in einem Stoffabschnitt bzw. im Rahmen der Übungen und Anwendungen eine Systematisierung der Eigenschaften der gebrochenen Zahlen und ein Vergleich mit den natürlichen Zahlen vorgenommen.

### Zur Behandlung des Bruchbegriffs

1. Die Erarbeitung des Bruchbegriffs erfolgt durch Vergleich und Analyse von Beispielen für das Auftreten von Brüchen in der Umwelt der Schüler. Dabei erfolgt zunächst eine Beschränkung auf Brüche als Teile eines Ganzen, Brüche als Zahlenwerte von Größenangaben, Brüche als Teile einer Anzahl sowie Brüche zur Beschreibung von Anteilen einer Größe.  
Der Begriff Bruch sowie seine Bestandteile Zähler, Bruchstrich, Nenner werden bereits im Ergebnis dieser ersten Einführung genannt, damit eine langfristige Festigung dieser Begriffe möglich ist.
2. In der Phase der Einführung und Erstfestigung des Bruchbegriffs werden häufig auch schriftsprachliche Darstellungen von Brüchen vorgenommen, um die Sprechweise zu festigen.
3. In der Phase der Erstfestigung sind materielle Handlungen zur Realisierung von Brüchen durch Brechen, Schneiden und Falten unabdingbar, um anschauliche Vorstellungen herauszubilden. Weiterhin werden in größerem Umfang Aufgaben zur Darstellung von Brüchen durch Zerlegung von Strecken, Flächen und Körpern angeboten. Diese Aufgaben enthalten bereits Aufforderungen zum Vergleichen und Addieren bzw. Subtrahieren von Brüchen. Es wird vorrangig mit Stammbrüchen und einfachen echten Brüchen gearbeitet. Zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens werden auch anspruchsvolle räumliche Darstellungen angeboten.
4. Als Anschauungsmittel werden Kreise, Quadrate, Rechtecke und Strecken verwendet, wobei die Häufigkeit in der genannten Reihenfolge abnimmt. Mit diesen Anschauungsmitteln wird ebenfalls bei der Erarbeitung der Ordnungsrelation und der Addition gearbeitet.
5. Auf die Beziehung zu den natürlichen Zahlen wird bereits eingegangen, um die Brüche in die bisherigen Zahlvorstellungen der Schüler einzuordnen.
6. Das Bestimmen von Bruchteilen von Größen wird als vollständige Handlung ausgebildet und bis zur Beherrschung gefestigt. Dabei erfolgt allerdings im Wesentlichen eine Beschränkung auf den Fall der Teilbarkeit der Größenangabe durch den Nenner des Bruches.
7. Um die Einführung nicht zu überlasten, erfolgt die Entwicklung des Könnens im Umwandeln der gemischten Schreibweise in unechte Brüche zu einem späteren Zeitpunkt.
8. Die Darstellung von Brüchen auf dem Zahlenstrahl wird nur für wenige Brüche vorgenommen und nicht durch Übungen gefestigt, da später nur Dezimalbrüche zur Darstellung verwendet werden.
9. Die Bedeutung des Bruches als Ergebnis einer Divisionsaufgabe wird nur kurz in der Einführungsphase angesprochen, da es sich um eine eher formale Betrachtung handelt.

## Zur Behandlung des Dezimalbruchbegriffs

1. Die Schüler kennen aus der Primarstufe und dem täglichen Leben Größenangaben in Kommaschreibweise. Diese werden von ihnen in der Regel als abgekürzte Schreibweise einer Größenangabe mit zwei Einheiten (Sortentrennschreibweise) aufgefasst. Allgemein bekannt sollten die Kombinationen €–ct, m–cm, kg–g sein.
2. Im Zusammenhang mit der Einführung des Dezimalbruchbegriffs wird an die Kommaschreibweise von Größenangaben angeknüpft und die Maßangaben nach dem Komma als Zehntel, Hundertstel usw. der Einheit gedeutet. Eine Zerlegung in Summen von Zehnerbrüchen ist nicht unbedingt erforderlich, kann aber die Deutung der Stellenwerte unterstützen und vertieft die Darstellung von Zahlen als Summen von Zehnerpotenzen.  
Die Deutung der Nachkommastellen von Größenangaben (auch durch Größenvorstellungen) ist für die Interpretation von Ergebnissen bzw. das Arbeiten mit sinnvoller Genauigkeit von großer Bedeutung und sollte deshalb bis zur sicheren Fertigkeit entwickelt werden. Dabei braucht nicht eine Deutung als Vielfache kleinerer Einheiten erfolgen, sondern es reicht aus, die Stellenwerte als Teile der Einheit (Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, ...) zu lesen.
3. Die Erweiterung der Stellentafel nach rechts und die Betrachtung von Zehnerbrüchen sollten gekoppelt bei der Einführung des Dezimalbruchbegriffes auftreten. Beide Zugänge sind gleichermaßen von Bedeutung: Die Stellentafel ist ein grundlegendes Modell, insbesondere für die Addition und Subtraktion von Dezimalbrüchen und muss als Begriff und Methode erweitert werden. Die Zuordnung von Dezimalbrüchen und Zehnerbrüchen soll die Verbindung zu den bereits bekannten „Brüchen“ herstellen.
4. Die Zuordnung von bestimmten Brüchen und Zehnerbrüchen (bzw. den entsprechenden Kernbrüchen) sollte zu den sicheren Kenntnissen der Schüler am Ende der Bruchrechnung gehören (bequeme Prozentsätze) und kann bei der Einführung der Dezimalbrüche gut vorbereitet werden.
5. Es sollten zur Einführung nicht Größen mit den Einheiten m oder € mit zwei Nachkommastellen verwendet werden, da für diese Größenangaben die gebräuchliche Sprechweise der Dezimalstellen (Vier-Meter-Zweiunddreißig, Drei-Euro-Zwanzig) beibehalten werden sollte, während ansonsten konsequent auf die Ziffernsprechweise zu orientieren ist. Geeignet sind etwa folgende Größenangaben: 38,2 Grad (Körpertemperatur); 10,3 s; 0,824 € (Benzinpreis); 2,348 m; 17,325 kg.

## Zum Lösen der Sachaufgaben

Den Schülern der Klasse 5 sind Sachaufgaben zu Warenmenge-Preis-Beziehungen aus der Grundschule bekannt. Die Lösung solcher Aufgaben erfolgte durch (natürliches) Schließen. Gerechnet wurde dabei im Bereich der natürlichen Zahlen, ggf. mit Übergang von € zu ct. Eine Reihe der Sachaufgaben in diesem Unterrichtswerk geht über das gewohnte Lösungsverfahren hinaus. Dem Vorteil, dass mit diesen Aufgaben das Multiplizieren von Dezimalbrüchen vielseitig und motivierend angewendet werden kann, steht der Nachteil des Fehlens von Kenntnissen zur Proportionalität und zur Division von Dezimalbrüchen gegenüber. Deshalb sind zunächst Hilfen sowohl beim Suchen eines Lösungsansatzes als auch für das Ausführen der Berechnungen nötig.