Standpunkte und Hinweise zur Behandlung des Themas

Zum Problem des Einstiegs in das Stoffgebiet

1. Bei den Überlegungen zur Ziel- und Stoffplanung für den Einstieg in den Unterricht in Klasse 5 sind mehrere Aspekte zu beachten:
   – Der Lehrer muss möglichst schnell einen Überblick über das unterschiedliche Vorwissen und -können der Schüler gewinnen. Ohne den belastenden Druck von Testsituationen sollten beim Lösen vielfältiger einfacher Aufgaben unterschiedliche Wissens- und Könnensbereiche überprüft werden können.
   – Um das Interesse am Mathematikunterricht und die Begeisterung für den Mathematiklehrer zu entwickeln bzw. zu erhalten, sollten die Aufgaben im besonderen Maße den Zuspruch der Schüler finden.
   – In der Einstiegs- und Eingewöhnungszeit sollte die Möglichkeit bestehen, folgende typische Formen der Unterrichtsgestaltung zu praktizieren, damit der Lehrer seine Schwerpunktsetzungen und seinen besonderen Stil demonstrieren kann:
     – Üben mit vielfältigen formalen Aufgaben,
     – Einbeziehung interessanter innermathematischer Probleme,
     – Einbeziehung von vielfältigen Anwendungsaspekten und Anwendungsaufgaben,
     – Nutzung von Formen der Differenzierung des Unterrichts,
     – Gestaltung von Unterrichtsphasen mit offenen und z. T. projektorientierten Problemstellungen.
2. Ausgehend von diesen Anforderungen werden folgende Inhalte für die ersten Stunden in Klasse 5 vorgeschlagen:
   – einfache, vielfältige, (z.T. unterhaltsame) Aufgaben zu allen Rechenoperationen
   – Anregungen für statistische Untersuchungen
   – Fortsetzen von Zahlenfolgen
   – Lesen, Anfertigen von Zahlenbildern
   – geschicktes Zählen bestimmter Anordnungen
   – Rechenspiele
3. Die Aufgaben bzw. Aufgabentypen sind so konzipiert, dass alles durch Kopfrechnen zu bewältigen ist.
   Sie können auch im späteren Unterricht zur Auflockerung eingesetzt werden.

Zur Berücksichtigung der Aspekte des Zahlbegriffs

1. Das Eingehen auf die Verwendungsaspekte natürlicher Zahlen dient vor allem der Herausbildung eines umfassenden Zahlbegriffs in der Primarstufe. Die Aspekte sollten bei jedem Schüler verinnerlicht sein und sind deshalb kein expliziter Unterrichtsgegenstand in der Sekundarstufe. Eine Besinnung auf die Vielfalt möglicher Verwendungen ohne eine Thematisierung der Unterschiede wird jedoch für sinnvoll gehalten, da dadurch eine weitere Möglichkeit besteht, die Beziehungen der Mathematik zur Umwelt der Schüler auf einfache Weise sichtbar zu machen und das komplizierte Netz des Zahlbegriffes zu Beginn der Klasse 5 zu reaktivieren.
2. Bei den Sachaufgaben ist zu beachten, dass die verschiedenen Verwendungsaspekte ausgewogen beachtet werden.

Zur Reihenfolge der Behandlung der mündlichen und schriftlichen Rechenverfahren

1. Für eine parallele Behandlung der Addition und Subtraktion bzw. Multiplikation und Division spricht, dass
   – zahlreiche Verwendungsaspekte der entgegengesetzten Rechenoperationen inhaltlich verbunden sind (z. B. Zusammenlegen/Wegnehmen; Verlängern/Verkürzen; Vergrößern/Verkleinern; Vervielfachen/Halbieren; Schließen von der Einheit auf die Vielheit/Schließen von der Vielheit auf die Einheit; mehrfaches Addieren/mehrfaches Subtrahieren),
   – das Modell „Schreiten auf dem Zahlenstrahl“ gleich für Addition und Subtraktion einheitlich ausgebildet werden kann,
   – die Grundaufgaben jeweils für zwei Rechenoperationen zu verwenden sind,
   – die enge Verbindung von Operation und Umkehroperation ein operatives Durchdringen fördert,
   – gemischte Aufgaben früh einbezogen werden können und die Schüler so an ein Identifizieren des Aufgabentyps vor Ausführen der Rechnung weiter gewöhnt werden,
   – die Aufgaben, insbesondere auch die Sachaufgaben, vielfältiger sein können,
   – die Umkehroperation jeweils zur Probe verwendet werden kann.

2. Gegen eine parallele Behandlung spricht, dass
   - die Anforderungen im Vergleich zu einer aufeinanderfolgenden Behandlung für die Schüler höher sind,
   - die Rechengesetze unterschiedlich sind,
   - einige Aspekte der Multiplikation und Division kein Korrelat haben (Flächeninhalt, Verteilen/Aufteilen, Verhältnis),
   - die Multiplikation mit ergänzenden Stoffelementen (Potenzschreibweise, kombinatorisches Zählen) verbunden werden kann, die mit der Division wenig zu tun haben,
   - die schriftlichen Verfahren nicht in die parallele Behandlung eingeordnet werden können.
3. Da die Vorteile einer parallelen Behandlung für die Addition und Subtraktion überwiegen, wird dafür diese Variante gewählt. Multiplikation und Division werden auf Grund ihrer größeren inhaltlichen Unterschiede und der speziellen Ergänzungen gesondert behandelt.

Zur Behandlung der großen Zahlen

1. Unter großen Zahlen werden Zahlen ab 1 Million verstanden. Für das tägliche Leben von Bedeutung sind vor allem Zahlen bis zur Milliardengröße, vereinzelt auch Angaben von mehreren Billionen. Noch größere Zahlen werden nicht behandelt, die Namen können zur Information und Auflockerung genannt werden.
2. Um eine weitere Zersplitterung in dem ohnehin sehr vielfältigen Stoffgebiet zu den natürlichen Zahlen zu vermeiden, werden alle Stoffelemente, die nicht ausschließlich mit dem Phänomen der großen Zahlen verknüpft sind und im späteren Unterricht auftreten, nicht in diesem Abschnitt gesondert behandelt. Dazu gehören das Runden großer Zahlen, die grafische Darstellung großer Daten, die Rechenoperationen mit großen Zahlen, die Darstellung auf dem Zahlenstrahl (falls nicht vorher behandelt), die Entwicklung von Größenvorstellungen zu großen Vielfachen der Einheiten der Länge, der Zeit, der Masse und des Geldes.
   Die Verwendung von großen Länge-, Masse- oder Geldangaben ist allerdings durchaus sinnvoll. Eine systematische Erörterung sollte jedoch im direkten Zusammenhang mit der Behandlung der betreffenden Größen sachverhaltsbezogen und umweltorientiert erfolgen.
   Das Schätzen von Anzahlen durch Auszählen von Teilmengen führt in der Regel nicht zu großen Zahlen und kann – wenn überhaupt – an anderer Stelle behandelt werden.
3. Eine eigenständige Rolle im Zusammenhang mit großen Zahlen spielen
   - die Kenntnis der Bezeichnungen Milliarde und Billion,
   - die Festigung der Schreibweise und des Lesens von Zahlen,
   - die Festigung der Dreiergruppierung großer Zahlen zur übersichtlichen Darstellung,
   - die Kenntnis, dass man große oder wenig anschauliche Zahlen durch geeignete Vergleiche erfassbar machen kann,
   - die Entwicklung eines „Zahlenvorstellungsvermögens“ über natürliche Zahlen bis zur Milliardengröße.

   Diese Ziele werden deshalb primär für einen Abschnitt zu großen Zahlen vorgesehen.
4. Unter der Vorstellung von Zahlen, die als abstrakte Gebilde bzw. als Zahlenwerte von Größenangaben an sich nicht vorstellbar sind, wird die Vorstellung über eine betreffende Anzahl von Gegenständen oder Personen (Stückzahl, Einwohnerzahl) verstanden. In dieser Verwendung haben die natürlichen Zahlen auch einen Größencharakter. Die Größe Geld kommt bei Beschränkung auf die Standardeinheit (1 €) dem Anzahlcharakter recht nahe und kann ebenfalls als Beispiel für Zahlvorstellungen verwendet werden.
   Die Vorstellung über 1 Million und eine Milliarde kann durch Größenvergleiche ausgebildet werden, z. B. durch die Zeit zum Zählen bis zu diesen Zahlen bei einer Zahl pro Sekunde.
5. Große Zahlen können eine faszinierende Wirkung ausüben und sind deshalb zur interessanten und abwechslungsreichen Unterrichtsgestaltung gut geeignet. In einigen Lehrbüchern steht sicher auch aus diesen Gründen dieses Thema am Anfang der Klasse 5. Die Dimensionen des Weltalls (Anzahl der Sterne, Entfernungen) sind besonders beeindruckend. Ihre Betrachtung wird angeboten, da durch die Medien (Trickfilme) die Schüler bereits mit diesen Problemen konfrontiert werden und dort meist völlig irreale Voraussetzungen enthalten sind.
   Große Zahlen sollten auch wegen ihrer motivierenden Wirkung bei anderen Inhalten (Diagramme, Größen, Rechenoperationen) eine Rolle spielen.

Zur Behandlung des Potenzbegriffes

1. Der Potenzbegriff für beliebige natürliche Basen und Exponenten (außer 0) wird im Mathematikunterricht der Klassen 5 und 6 mit Ausnahme des Verfahrens der Primfaktorzerlegung zur Bestimmung des kgV nicht benötigt. Auch in anderen Unterrichtsfächern treten nur spezielle Potenzen auf. Die Vermittlung eines allgemeinen Potenzbegriffes vor der Teilbarkeit in Kl. 6 ist deshalb nicht erforderlich und zudem aus folgenden Gründen problematisch:

- Es besteht die Gefahr, dass die frühe Vermittlung eines „allgemeinen“ aber unvollständigen und in der Richtung der Definition (n gleiche Faktoren) nicht erweiterbaren Potenzbegriffes eine spätere Erweiterung (in der Begriffsvorstellung der Schüler) auf rationale Exponenten behindert.
- Durch die Art der allgemeinen Formulierung (n-mal der Faktor a oder auch 3-mal der Faktor 5) und den fehlenden ständigen Gebrauch wird u. U. die häufige Verwechslung von a^n mit $n \cdot a$ hervorgerufen bzw. begünstigt.

2. Erforderlich ist lediglich die Kenntnis
   - des Begriffs Zehnerpotenz und der Schreibweise 10^n für $n = 1, 2, 3, 4, ...$ (für Stellenwertschreibweise, große Zahlen, naturwissenschaftliche Fächer),
   - des Begriffs Quadratzahl und das Auswendigwissen der Quadratzahlen bis 20^2 (Kopfrechenfertigkeiten),
   - der Bezeichnung Quadrat einer Zahl für Zahlen und Variable (bei der Flächenberechnung, z. B. $1\ \text{cm} \cdot 1\ \text{cm} = 1\ \text{cm}^2$).

   Die Begriffe Zehnerpotenz und Quadratzahl beinhalten wesentliche Merkmale des Potenzbegriffes bzw. der Potenzschreibweise, haben unterschiedliche „Laufvariablen“ (Exponent bei Zehnerpotenz bzw. Basis bei Quadratzahl) und führen kaum zu der genannten Verwechslung von a^n mit $n \cdot a$.
3. Die Einführung des Begriffs Zehnerpotenz sowie der Begriffe Basis und Exponent erfolgt im Zusammenhang mit der Wiederholung des Stellenwertsystems. Es werden sofort die auch später zu verwendenden Fachbegriffe Basis und Exponent benutzt, die aber durch die Bezeichnungen Grundzahl und Hochzahl sowie weitere verwandte Wörter erläutert werden können.
   Zehnerpotenzen werden bei allen sich bietenden Gelegenheiten verwendet, um diese Schreibweise zu festigen.
4. Im Ergänzungsthema „Zahlensysteme“ wird bei der Behandlung des Dualsystems auf die Zweierpotenzen eingegangen.
5. Quadratzahlen werden bei der Behandlung der Multiplikation als besondere Produkte ausgewiesen, mit einer entsprechenden Schreibweise versehen und bis 20^2 auswendig gelernt.

Zur Berücksichtigung der Verwendungsaspekte der Rechenoperationen

1. Die Mehrzahl der Aspekte lässt sich in drei Gruppen erfassen:

   A) Ein Zustand (eine Zahl, eine Größe) wird verändert. Im Ergebnis entsteht ein neuer Zustand. Dies wird z. T. als Abbildungsauffassung bzw. als dynamischer Aspekt bezeichnet. Beispiele:
   Addition/Subtraktion: – ein Bankguthaben um einen Betrag erhöhen/verringern
   Multiplikation/Division: – Vervielfachen/Halbieren eines Geldbetrages
   Bei dieser Auffassung ist die Reihenfolge der Größen bei Addition und Multiplikation inhaltlich nicht vertauschbar (Ein Bankguthaben von 1000 € um 10 € zu erhöhen ist als Sachverhalt etwas ganz anderes, als ein Bankguthaben von 10 € um 1000 € zu erhöhen). Bei der Multiplikation und Division haben beide Operanden eine inhaltlich unterschiedliche Bedeutung.
   Ein Problem ist die unterschiedliche Stellung des Operanden in der Multiplikationsaufgabe (z. B. $3\ \text{kg} \cdot 4 = 12\ \text{kg}$) und der Sprechweise (z. B. „Vervierfachen“, „das Doppelte von“) sowie später auch bei der Koeffizientenschreibweise, bei denen der Operand zuerst kommt bzw. genannt wird.

   B) Es werden zwei gleichwertige Zustände zu einem neuen zusammengefasst oder verknüpft. Beide Zustände (Zahlen, Größen) sind inhaltlich völlig gleichwertig. Bei Addition und Multiplikation ist es deshalb auch inhaltlich leicht einsichtig, dass die Reihenfolge beliebig ist. Beispiele:
   Addition: – Aneinanderlegen von Strecken, Wegen
   Multiplikation: – Auslegung einer Fläche (Rechtecke) mit Platten (Quadraten)
   Das Ergebnis der Multiplikation ist von anderer Qualität als die Ausgangszustände.

   C) Es wird zweimal nacheinander eine Zustandsänderung vorgenommen und gefragt, welche Gesamtänderung sich ergibt. Auch eine Verknüpfung verschiedener Operationen ist möglich. Es ist inhaltlich klar, dass die Reihenfolge der Operatoren beliebig ist. Beispiele:
   Addition, Subtraktion: – zweimalige Änderung einer Temperatur
   Multiplikation, Division: – wiederholtes Vergrößern und/oder Verkleinern einer Größe
   Durch diese Betrachtungen wird das Vervielfachen mit Brüchen, sowie Dreisatz und Prozentrechnung vorbereitet.
2. Die folgenden inhaltlichen Deutungen werden von diesen generellen Aspekten nicht vollständig erfasst.

Multiplikation:	Paarbildung:	kombinatorische Anzahlbestimmung
Division:	Aufteilen:	z. B. 12 Äpfel in Gruppen zu drei Äpfeln aufteilen; ges.: Anzahl der Gruppen; Handlung: fortgesetztes Wegnehmen von 3 Äpfeln (fortgesetzte Subtraktion als Umkehrung der Multiplikation im Sinne einer fortgesetzten Addition)
	Verteilen:	z. B. 12 Äpfel an 4 Schüler verteilen; ges.: Anzahl der Äpfel pro Schüler; Handlung: fortgesetzt je einen Apfel an die Schüler verteilen

3. Neben diesen inhaltlichen Interpretationen der Rechenoperationen als Handlungen gibt es auch verschiedene Deutungen des Ergebnisses der Operationen als Phänomene.

Summe:	Gesamtlänge,	Differenz:	Unterschied,
Produkt:	Flächeninhalt,	Quotient:	Verhältnis, Normierung.

4. Die inhaltlichen Aspekte der Rechenoperationen sind in der Primarstufe die Grundlage für die Gewinnung der einzelnen Operationen durch Abstraktion aus den realen Beziehungen. Beim Arbeiten auf syntaktischer Ebene, also z. B. beim formalen Rechnen mit Zahlen oder dem formalen Lösen von Gleichungen, ist eine Besinnung auf diese Interpretationen nicht erforderlich. Eine bewusste, abrufbare Verbindung mit dem vielschichtigen Netz der inhaltlichen Aspekte braucht vom Schüler in der Sekundarstufe nicht verlangt werden. Sie stellen deshalb keinen expliziten Lerngegenstand dar.
5. Andererseits muss der Schüler in der Lage sein, insbesondere im Zusammenhang mit dem Lösen von Sachaufgaben, in vorliegenden inhaltlichen Darstellungen bzw. Sachverhalten die mathematischen Strukturen zu erkennen. In Defiziten auf diesem Gebiet liegt eine wesentliche Ursache für die Schwierigkeiten beim Bearbeiten von Sachaufgaben und eingekleideten Aufgaben.
6. Deshalb sollten neben einer Reaktivierung und teilweisen Erweiterung der formalen Kenntnisse in den Stoffabschnitten zu den Rechenoperationen vielfältige Übungen zur Übertragung außermathematischer bzw. verbal formulierter Sachverhalte in die Sprache der Mathematik erfolgen. Auch Umkehraufgaben (Formulierung von „Geschichten“ zu mathematischen Termen oder Gleichungen) sind angebracht. Damit soll der Schwerpunkt von den durch die Struktur der Mathematik (Aufbau der Zahlenbereiche, Permanenzprinzip) determinierten Vorgehensweisen auf die Orientierung an den Vorstellungen und Fähigkeiten der Schüler verlagert werden.
7. Im Rückblick wird versucht, eine Übersicht über die inhaltlichen Aspekte der Rechenoperationen (Handlungen) zu geben, die nicht als Lernstoff anzusehen ist, sondern zum Nachschlagen bei konkreten Aufgaben und als Quelle für Aufgabenstellungen dient.
8. Es werden mehrere grafische Interpretationen der Rechenoperationen gegeben, sowie entsprechende Aufgaben dazu angeboten. Im Hinblick auf spätere Weiterführungen ist auf den 1. und 3. Aspekt der Schwerpunkt zu legen.

Zur Behandlung des Rechnens mit 0 und 1

1. Das Können im Rechnen mit 0 und 1 ist kein automatisches Produkt der Aneignung des kleinen Eins-und-Eins bzw. Ein-mal-Eins. Es verlangt die Kenntnis einer Vielzahl besonderer Regeln (bei Berücksichtigung der inhaltlichen Nichtkommutativität sind es insgesamt 16), die durch ihre inhaltliche und äußere Verwandtschaft leicht verwechselt werden können. Als Hauptansatzpunkt zur Vermeidung der häufigen Fehler im Rechnen mit 0 und 1 wird deshalb nicht die ständige Vermittlung bzw. Wiederholung dieser Regeln auf formaler Ebene angesehen, sondern die Sensibilisierung der Schüler für diese Problematik (sich lösen aus dem Automatismus des Rechnens) und die Vermittlung inhaltlicher Orientierungen.
2. Das Rechnen mit 0 und 1 wird für alle Rechenoperationen in einem Extraabschnitt behandelt. Im Unterricht und damit in der Aufgabensammlung bzw. in dem Arbeitsheft werden entsprechende Aufgaben bei allen Rechenoperationen in die Aufgabenangebote an mehreren Stellen integriert. Damit soll erreicht werden, dass die Schüler an eine Phase der bewussten Analyse des Aufgabentyps vor Ausführung einer formalen Rechnung gewöhnt werden. Bei einer konzentrierten Behandlung des Rechnens mit 0 und 1 in einem gesonderten Unterrichtsabschnitt, werden dort leicht gute Ergebnisse erreicht, ohne dass eine spätere sichere Anwendbarkeit gewährleistet ist.
3. Die Regeln werden nicht nur mitgeteilt, sondern es werden Begründungen auf verschiedenen Abstraktionsstufen in das Unterrichtswerk aufgenommen, aus denen sich die Schüler die ihnen verständlichste auswählen können.
4. Im Leitfaden werden Argumente auf der Grundlage der Eigenschaften der Rechenoperationen gegeben (Multiplikation als fortgesetzte Addition, Division als Umkehroperation der Multiplikation).
5. Es wird eine inhaltliche Orientierungsgrundlage angeboten, indem das Verteilen von Spielkarten (mögliche wäre auch das Rechnen mit Geld u. Ä.) als Interpretation verwendet wird.

Zur Behandlung der Rechengesetze und Vorrangregeln

1. Eine sichere Aneignung der Rechengesetze in formaler Form sowie der lateinischen Bezeichnungen (Assoziativgesetz, Kommutativgesetz) ist nicht anzustreben.
2. Die Anwendung der Gesetze beim Rechnen, insbesondere zum rationellen Kopfrechnen, ist als sicheres Können auszuprägen.
3. Eine inhaltliche Begründung der Rechengesetze sollte nicht gegeben werden, da es inhaltlich oft keine Kommutativität gibt. Rechengesetze beschreiben das formale Rechnen mit Zahlen.
4. Die Rechengesetze sollten im Zusammenhang mit der Wiederholung der entsprechenden Rechenoperationen gefestigt werden.

5. Rechenbäume werden als Form vielfältiger Aufgabenstellungen und zur Unterstützung einer bewussten Analyse der Struktur des Terms verwendet. Eine Aneignung und selbständige Anfertigung ist nicht erforderlich.
6. Die Vorrangregeln (oder „Vorfahrtsregeln“) sind als verbale Orientierungen („Erst Klammern ausrechnen!“, später dann „Erst Klammern auflösen!“) anzueignen.

Zur Behandlung der Verfahren für mündliches oder halbschriftliches Rechnen

1. Die Beherrschung von Verfahren des mündlichen Rechnens ist eine wichtige Grundlage der Kopfrechenfertigkeiten. Die Verfahren sollten deshalb auch in der Sekundarstufe reaktiviert und gefestigt werden.
2. Aufgrund der Vielfalt der Möglichkeiten, der individuellen Vermittlungsweisen der Primarstufenlehrer und der unterschiedlichen Vorgehensweisen der einzelnen Schüler, kann keine für alle zutreffende Darstellung im Rückblick gefunden werden. Auch eine frontale Reaktivierung ist sicher kaum möglich.
3. Da jedoch nicht vorausgesetzt werden kann, dass die Sekundarstufenlehrer die verschiedenen Verfahren des mündlichen Rechnens kennen, werden sie möglichst vollständig und entfaltet im Rückblick dargestellt. Dies ist auch für die individuelle Arbeit mit den Schülern bzw. für eine selbständige Reaktivierung durch die Schüler günstig.
4. Die halbschriftlichen Verfahren werden nicht in den Rückblick bzw. in die Aufgabenvorschläge aufgenommen, da nicht eingeschätzt werden kann, in welchem Maße sie den Lehrern und Schülern bekannt sind.

Zum Lösen von Sachaufgaben

Anknüpfend an das vielfältige Lösen von Sachaufgaben in der Grundschule sollten die folgenden 5 Schritte verallgemeinert werden:

1. Erfassen des Sachverhaltes
2. Analysieren des Sachverhaltes
3. Suchen nach Lösungsideen und Planen eines Lösungsweges
4. Durchführen des Lösungsplanes
5. Kontrolle und Auswertung der Lösung und des Lösungsweges

Als schülergemäße Formulierung der Schritte wird die „Ich-Form“ vorgeschlagen. Damit sollen die Schüler langfristig daran gewöhnt, sich selbst eine Frage zu stellen, wenn sie mal nicht weiter wissen. Auch die heuristischen Hilfsmittel (Verwenden von Skizzen und Tabellen, gegenständliche Veranschaulichung, Schätzen des Ergebnisses, Einführen von Bezeichnungen) und die heuristischen Strategien (Rückwärtsarbeiten, Aufstellen von Gleichungen, Probieren) sollten durch Fragen an sich selbst vermittelt werden. Insbesondere das Rückwärtsarbeiten ist bei mehrschrittigen Lösungswegen eine sehr günstige Strategie.
Das Arbeiten mit Skizzen ist ein wichtiges heuristisches Hilfsmittel zum Erfassen des Sachverhaltes aber bei einigen Aufgaben auch zum Finden von Lösungsideen. Es bedarf gesonderter Übungen, da Schüler oft wenig brauchbare Skizzen anfertigen. In der Regel reichen beschriftete Strecken oder Rechtecke zum Skizzieren aus.
Die heuristischen Vorgehensweisen sollten schrittweise im Laufe der Klassen 5 und 6 den Schülern bewusst gemacht werden, indem der Lehrer diese Fragen immer wieder in der gleichen Art stellt.

Zum inhaltlichen Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

Unter dem inhaltlichen Lösen von Gleichungen und Ungleichungen versteht man das Lösen ohne Verwendung von algorithmisch-kalkülmäßigen Verfahren. Das inhaltliche Lösen ist einzige Möglichkeit für alle Gleichungstypen bis zur Einführung der formalen algorithmisch-kalkülmäßiger Verfahren in Kl. 7/8. Danach bleibt es das einzige Lösungsverfahren für alle Typen, für die die Schüler kein formales Lösungsverfahren kennen lernen. Es ermöglicht z. T. rationelleres Lösen als das kalkülmäßig-algorithmische Vorgehen. Das inhaltliche Lösen entwickelt die Fähigkeit im Erkennen von Termstrukturen als der wesentlichen Voraussetzung für das formale Lösen.
Es gibt mindestens folgende Möglichkeiten zum inhaltlichen Lösen:

– Zerlegen von Zahlen und Termen in Summen und Produkte
– Einfaches oder systematisches Probieren
– Verwenden der Umkehroperation bzw. Umkehrfunktion
– Veranschaulichung der Terme und Gleichungen bzw. Ungleichungen auf der Zahlengerade
– Vergleichen von Zählern und Nennern bei Verhältnisgleichungen (erst ab Kl. 6)
– Grafisches Lösen von Gleichungen und Ungleichungen (erst ab Kl. 9)
– Verwenden von Definitionen und Sätzen (erst ab Kl. 7/8)

Es sollten möglichst oft verschiedene Lösungsüberlegungen der Schüler diskutiert werden. Es sollten weiterhin nur die Gleichungen aufgeschrieben werden. Wenn die Nichtexistenz weiterer Lösungen offensichtlich ist, sollten nur exemplarisch Existenzbetrachtungen erfolgen.