

Standpunkte und Hinweise zur Behandlung des Themas

Zu den Beziehungen zwischen den Größen und ihren Einheiten sowie den Formeln

Um den häufigen Verwechslungen von Flächen- und Raummaßen, von Umfangs-, Flächeninhalt- und Volumenformeln sowie von Begriffen für ebene und räumliche Figuren vorzubeugen, wurden folgende Aufgabentypen und Hinweise aufgenommen:

- Ordnen von Größenangaben unterschiedlicher Größen,
- Ausführbarkeit von Additionsaufgaben mit Größen gleicher und unterschiedlicher Art,
- Bestimmung der gesuchten Größenart bei Anwendungsaufgaben,
- Verwendung der Einheiten cm^2 bzw. cm^3 zur Kontrolle der Anzahl der in der Formel enthaltenen Faktoren,
- Berechnungen unterschiedlicher Größen (z. B. Oberflächeninhalt und Volumen) an einem Objekt.

Zur Rolle funktionaler Betrachtungen bei Größenbeziehungen

Funktionalen Betrachtungen wird ein bedeutenden Stellenwert bei der Behandlung der Formeln beigemessen, da damit

- eine Vertiefung der Kenntnisse zu den Größenbeziehungen erfolgt,
- die Proportionalität vorbereitet wird,
- die Kenntnisse über Flächen- und Rauminhalt ähnlicher Figuren vorbereitet werden sowie,
- ein Beitrag zur Entwicklung des funktionalen Denkens geleistet wird.

Zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens

1. Die Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens wird auf Grund ihrer großen Bedeutung für viele, insbesondere technische Berufe als ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts angesehen, das langfristig und kontinuierlich zu realisieren ist.
2. Es wird davon ausgegangen, dass das Raumvorstellungsvermögen in keinem direkten Zusammenhang mit anderen mathematischen Fähigkeiten steht und deshalb einer eigenen zielgerichteten Entwicklung bedarf. Obwohl die individuellen Anlagen der Schüler offensichtlich einen erheblichen Einfluss auf das entsprechende Können und seine Entwicklung haben, wird die Möglichkeit einer bedeutenden Verbesserung des Raumvorstellungsvermögens durch das planmäßige Lösen entsprechender Aufgaben nicht in Zweifel gezogen.
3. Infolge der unterschiedlichen Voraussetzungen der Schüler sind Möglichkeiten zur Differenzierung des Anforderungsniveaus zu planen. Dabei spielt die Zulassung von gegenständlichen oder zeichnerischen Veranschaulichungen beim Lösen der Aufgaben die wichtigste Rolle.
4. Es erfolgt im Wesentlichen eine Beschränkung auf das Arbeiten mit Würfeln, da alle wichtigen Aufgabentypen an Würfeln realisierbar sind, Würfel leichter räumlich vorgestellt, als Modell realisiert sowie als Schrägbild gezeichnet werden können.
5. Die Aufgaben sollten ohne Zeitdruck meist in Partnerarbeit oder individuell gelöst werden, da es nicht um Fertigkeitentwicklung und Training von Aufgabentypen geht und die Fähigkeiten zur räumlichen Vorstellung sehr unterschiedlich sind.
6. Es wurden hauptsächlich solche Aufgaben aufgenommen, die ein Operieren im Kopf erfordern und zu denen leicht gegenständliche Veranschaulichungen möglich sind. Die Verwendung von Modellen (Spielwürfel, selbstgebautes Kantenmodell, Quadrate und Klebestreife für Netze) sollte differenziert erfolgen, d. h. in der Regel erst bei Bedarf von den Schülern eingesetzt werden.
7. Einen besonderen Stellenwert haben Aufgaben, die leicht variierbar sind. Sie sind insbesondere für das Selbstbilden von Aufgaben durch den Lehrer, z. B. für Kontrollarbeiten, geeignet.

Zum Zeichnen von Schrägbildern

1. Unter Berücksichtigung der Propädeutik der Projektion wird im Leitfaden davon ausgegangen, dass Schrägbilder Schattenbilder bei schrägem, parallelem Lichteinfall sind. Dies sollte nach Möglichkeit experimentell (z. B. Verwendung der Haftoptik) demonstriert werden.
Es erfolgt eine Beschränkung auf die parallele bzw. senkrechte Lage von Begrenzungsflächen zur Bildebene. Durch dynamische Betrachtungen wird verdeutlicht, dass jeder Winkel zwischen Tiefenkanten und Frontansicht und jede Länge einer Tiefenkante möglich sind. Schrägbilder sollen eine Vorstellung von dem abgebildeten Körper vermitteln. Durch Vergleich verschiedener Schrägbilder wird verdeutlicht, dass eine gute Anschaulichkeit bei einem Winkel von 45° und einer angenäherten Halbierung der Tiefenkanten erreicht wird. Die Bezeichnung „Schrägbild“ wird damit nicht mit dem Frontwinkel 45° und dem Verkürzungsverhältnis $\frac{1}{2}$ verbunden.

2. Das Problem der Blickrichtung wird nicht bei Schrägbildern thematisiert, da bei Betrachtung eines Körpers in der Regel kein Schrägbild wahrgenommen wird. Der Wahrnehmung entspricht am ehesten eine Normalprojektion. Betrachtungen zur Blickrichtung werden nur im Zusammenhang mit Grund- und Aufrissen angestellt. Bei Schrägbildern kann nach der Richtung gefragt werden, aus der die Lichtstrahlen auf den Körper fallen.
3. Zum Zeichnen von Schrägbildern wird auf die überwiegende Verwendung von Gitterpapier orientiert, aber auch eine Konstruktionsvorschrift für weißes Papier angegeben. Als Frontwinkel (ohne den Begriff zu verwenden) werden 45° und 135° verwendet. Die Länge der Bilder der Tiefenkante wird auf kariertem Papier in Diagonalenlängen gemessen, ansonsten als Hälfte der Originallänge gewählt. Das Verfahren, dass auf drei Kästchenlängen (0,5 cm) eine Diagonalenlänge kommt, hat den Vorteil einer guten Annäherung an $q = \frac{1}{2}$ ($q = 0,47$), ist jedoch bei Verwendung von Maßangaben umständlicher (durch 3 teilbare Zahlenwerte und Umrechnung erforderlich). Es wird trotz dieser Nachteile verwendet.
4. Die verdeckten Kanten sollten dünn gezeichnet oder weggelassen werden, da eine Strichelung unnötig zeitaufwendig und für ein Freihandzeichnen kaum geeignet ist. Das Dünnzeichnen wird erreicht, indem zunächst alle Kanten dünn gezeichnet und dann die sichtbaren mit einem weichen Bleistift nachgezogen werden.
5. Es sind keine Fertigkeiten im Zeichnen von Schrägbildern erforderlich. Das Arbeiten mit Schrägbildern sollte hauptsächlich zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens genutzt werden. Die Schüler sollten jedoch das Schrägbild eines Würfels sicher zeichnen können.
6. Schrägbilder auf Gitterpapier sollten mit Lineal gezeichnet werden. Zur Entwicklung des Freihandzeichnens wurden auch Aufgaben zum Skizzieren von Schrägbildern auf weißem Papier aufgenommen.

Zur Behandlung der Formel für den Oberflächeninhalt eines Quaders

1. Der mathematische Begriff „Oberfläche“ ist abzugrenzen von seiner umgangssprachlichen Verwendung als Fläche, die „oben“ liegt (Oberfläche des Wassers, Tischoberfläche). Eine sichere Kenntnis ist nicht erforderlich, da insbesondere bei Anwendungen eine Rückführung auf die Begrenzungsflächen möglich ist.
2. Die Berechnung des Oberflächeninhalts von Quadern wird als komplexe Anwendung der Flächenberechnung von Rechtecken behandelt. Als Bezeichnung wird A_O verwendet (A für Flächeninhalt und O für Oberfläche). Die Formeln werden aus Beispielen verallgemeinert aber nicht als zu lernender Stoff angesehen.

Zur Behandlung des Begriffs Rauminhalt (Volumen) und der Volumenformel für Quader

Die Einführung der Größe Rauminhalt und die Behandlung der Volumenformel für Quader sollte analog zum Vorgehen in der Ebene erfolgen. Folgende Besonderheiten sind zu beachten:

- Die Bezeichnung „Kubikzentimeter“ ist analog zur Bezeichnung „Quadratzenimeter“. Sie ergibt sich aus dem griechischen Wort Kubus für Würfel, das heute auch noch gebräuchlich ist. Man könnte als auch „Würfelzentimeter“ sagen.
- Das Auslegen von Körpern mit gekrümmten Flächen wird nicht betrachtet.
- Im Unterschied zum Flächeninhalt kann man den Rauminhalt beliebiger Körper mit Hilfe von Messgeräten (Messbecher) ohne Ausfüllen mit Einheitswürfeln direkt ermitteln. Handelt es sich um Hohlkörper (z. B. Gefäße) kann man das Volumen durch Umgießen von Flüssigkeiten messen, bei Vollkörpern ist dies durch Eintauchen in Messbecher möglich. Ein solches Verfahren ist bei festen Körpern oft umständlich und für große Ausmaße kaum praktikabel.
- Die Grundideen (Zusammenfassen von Einheitswürfeln, Zerlegen von cm^3 , Rückführung auf Längenmessung) lassen sich in Analogie zu Inhaltsberechnung von Rechtecken finden.
- Zur verbalen Formulierung werden in Analogie zum Rechteck die Bezeichnungen Länge, Breite und Höhe verwendet. Es wird aber auch darauf hingewiesen, dass im Alltag (z. B. bei Möbeln) für Länge und Breite häufig Breite und Tiefe verwendet wird. Breite wird also in unterschiedlichen Bedeutungen verwendet. Der Begriff „Tiefe“ ist allerdings auch für den Mathematikunterricht (Tiefenrichtung in der Darstellenden Geometrie) von Bedeutung.