

11 Arbeiten mit Aufgaben im Mathematikunterricht

11.1 Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht

- Schriftliche Aufgabenstellungen sind das wichtigste Mittel im MU
- Aufgaben dienen zur:
 - Angabe von Zielen
 - Ausbildung der betreffenden psychischen Eigenschaften
 - Kontrolle der erreichten Ergebnisse
- Es gibt zahllose Aufgabenangebote in LB, AH, Aufgabensammlungen, Büchern und im Internet
- Arbeit mit Aufgaben ist *ein* Gegenstand der Mathematikdidaktik.
- **Aber:** Aufgaben sind primär nur ein ***Mittel des Unterrichts***.
- Hauptkriterien für die Auswahl von Aufgaben sind:
 1. die Ziele des Unterrichts, d. h. die anzueignenden Kenntnissen, Fertigkeiten, Fähigkeiten und weiteren psychischen Dispositionen,
 2. die Lernvoraussetzungen der Schüler, d. h. der Entwicklungsstand ihrer Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten u. a. Dispositionen sowie
 3. die zur Verfügung stehende Unterrichtszeit.

11.2 Arten mathematischer Schüleraufgaben

1. Art der Aufgabenstellung bzw. der erwarteten Lösung

- a) Mündliche Aufgaben
- b) Schriftliche Aufgaben
- c) Handlungsbezogenen Aufgaben
Bastelaufgaben, Spiele, Experimente, statistische Untersuchungen

2. Art des Gesuchten

- a) Objekte gesucht: *Bestimmungsaufgaben*
- b) Begründungen gesucht: *Begründungs- und Beweisaufgaben*

3. Art der gegebenen und gesuchten Objekte

- a) Formale (mathematische) Objekte: *formale Aufgaben*
- b) Außermathematische Objekte: *Sachaufgaben*

4. Art der Lösung durch die Schüler

- a) Schüler sollen Fertigkeiten im Lösen der Aufgabe haben:
Aufgabe ist algorithmisch lösbar und Fertigkeiten erforderlich
- b) Schüler können bzw. sollen keine Fertigkeiten haben: Aufgabe ist nicht algorithmisch lösbar oder es sind keine Fertigkeiten erforderlich

5. Grad der Offenheit der Aufgabenstellung

a) Geschlossene Aufgaben:

Eine Aufgabe ist ***geschlossen für einen Schüler***, wenn für ihn die Ausgangsbedingungen und die Fragestellung vollständig und eindeutig sowie für ihn nur ein Lösungsweg und nur ein Ergebnis möglich sind.

b) Offene Aufgaben:

Eine Aufgabe heißt ***offen für einen Schüler***, wenn für ihn die Ausgangsbedingungen nicht vollständig sind, für ihn mehrere Lösungswege möglich sind oder er zu mehreren Ergebnissen kommen kann.

6. Grad der Komplexität der Aufgabenstellung

a) Aufgaben mit nur einem Anforderungsbereich

b) Aufgaben oder Aufgabenfolgen mit mehreren Anforderungsbereichen *komplexe / gemischte / vermischte Aufgaben*

– Bei einer Aufgabe sind meist mehrere Einordnungen möglich.



– Weitere Probleme:

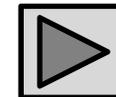
- Sachaufgaben oder Sach- und Anwendungsaufgaben
- Eingekleidete Aufgaben
- Textaufgaben
- Prüfungsaufgaben: *Aufgaben zum Leisten*; Didaktik der Prüfungsaufgaben beachten

Zum Begriff der polyvalenten Aufgabe

- Eine Aufgabe heißt **polyvalent für eine Gruppe von Schülern**, wenn sie folgende Merkmale besitzt:
 1. Jeder der Schüler der Gruppe findet mit hoher Wahrscheinlichkeit eine zutreffende Antwort.
 2. Die Aufgabe ermöglicht Schülerantworten unterschiedlicher Qualität.
- Das höhere Niveau einer Antwort kann sich zeigen
 - in der Anzahl der gefundenen Antworten,
 - in dem höheren Anspruchsniveau einer gefundenen Antwort,
 - in der Suche nach Spezialfällen und Strukturen (Fallunterscheidungen, Muster) oder
 - in dem Streben nach Verallgemeinerungen von gefundenen Antworten.
- Beispiel: Beschrifte die Markierungen der Skale (Kl. 5)



10



- Lit.: <http://www.mathe-mv.de/publikationen/sekundarstufe-i/polyvalente-aufgaben/>

11.3 Differenziertes Arbeiten mit Aufgaben

a) Grundprobleme der inneren Differenzierung :

- Es sollten 2 Stufen der inneren Differenzierung unterschieden werden.
 - *Stufe 1*: Im Wesentlichen einheitlicher Unterrichtsverlauf
Differenzierung durch:
 - (1) bewusstes Rannehmen
 - (2) individuelle Zuwendung
 - (3) didaktische Kompensation
 - (4) Polyvalente Aufgaben
 - *Stufe 2*: Unterschiedlicher Unterrichtsverlauf für einzelne Schüler
Differenzierung durch:
 - (1) unterschiedliche Aufgaben
 - (2) individuelle Anleitung durch den Lehrer
 - (3) kooperatives Zusammenwirken der Schüler in Partner- oder Gruppenarbeit, insbesondere bei der Bearbeitung von Projekten
- In jedem Unterrichtsprozess stellt sich in einem längeren Zeitraum eine normale Leistungsverteilung ein.
- Die Unterschiedlichkeit der Schüler ist eine der Haupttriebkkräfte des Unterrichts.

b) Möglichkeiten zur Aufgabendifferenzierung:

Differenzierung nach:

- Anzahl der zu lösenden Aufgaben
- Schwierigkeitsgrad
- Inhalt
- Lösungsweg
- Qualität der Schülerantworten

c) Hinweise zur Aufgabendifferenzierung

- Bei Differenzierung nach Schwierigkeitsgrad besser Selbstwahl von Aufgaben als Zuweisung; dazu Aufgaben nach Schwierigkeit ordnen
- Selbstkontrolle ermöglichen durch Angabe von Lösungen in vertauschter Reihenfolge
- Differenzierung durch Abwandeln von Lehrbuchaufgaben
 - nur Teilaufgaben bearbeiten lassen
 - Verallgemeinerungen anregen
 - verschiedene Lösungswege anregen
 - Lösungshinweise bei Bedarf geben

11.4 „Neue Methoden“ der Unterrichtsgestaltung

a) Kriterien guten Unterrichts nach Hilbert Meyer

Quelle: Meyer, H.: Was ist guter Unterricht. 3. Aufl. Berlin: Cornelsen Scriptor, 2005

Auswertung zahlreicher und aufwändiger empirischer Studien, Kriterien geordnet nach Effektstärken

1. Klare Strukturierung des Unterrichts

„roter Faden“ für Lehrer und Schüler gut erkennbar: Stimmigkeit von Zielen, Inhalten und Methoden, Folgerichtigkeit des methodischen Gangs: Aufgabenklarheit, Regelklarheit, Rollenklarheit

2. Lernförderliches Klima

Schüler lernen am besten in intakten und rücksichtsvollen Lerngemeinschaften: gegenseitiger Respekt, verlässliche Regeln, gemeinsame Verantwortung, Gerechtigkeit des Lehrers, Fürsorge

3. Hoher Anteil echter Lernzeit

4. Inhaltliche Klarheit

neue Inhalte sinnvoll in vorhandene kognitive Strukturen integrieren

5. Individuelles Fördern

hohes Niveau differenzierten Arbeitens

6. Intelligentes Üben

Schüler brauchen genügend Möglichkeiten, um das Gelernte zu üben und anzuwenden

7. Methodenvielfalt

mit Zielen und Inhalten abgestimmte Vielfalt an Sozialformen, Handlungsmustern, Techniken

8. Transparente Leistungserwartungen und klare Rückmeldungen

angemessene und positive Erwartungen formulieren und sich dafür verantwortlich fühlen

9. Vorbereitete Umgebung

gute Ordnung, funktionale Einrichtung, brauchbares Lernwerkzeug

10. Sinnstiftendes Kommunizieren

Fragen so anlegen, dass sie bei Schülern eine längere strukturierte Beschäftigung auslösen

Generelle Forschungsergebnisse:

- Lehrerzentrierter, vorrangig frontaler Unterricht ist erfolgreicher beim fachlichen Lernen.
- Selbststeuerung des Lernens durch Schüler ist erfolgreicher bei der Vermittlung von Methoden- und Sozialkompetenzen, der Entwicklung des Selbstvertrauens und der Selbstwirksamkeitskonzepte.

b) Bestätigung durch die Hattie-Studie

c) Merkmale und Funktionen der neuen Inszenierungstechniken

- Zentrales Anliegen: Erhöhung der geistigen Aktivität möglichst vieler Schüler: Alle sind beschäftigt.
- Nutzen des Wechselerhältnisses von Lehren und Lernen: Schüler lehren Schüler.
- Geeignete Kombination der Sozialformen:
Einzelarbeit \Rightarrow Partnerarbeit \Rightarrow Gruppenarbeit
- Verbesserung des Arbeitsklimas, Disziplinierung der Schüler
- Aktuelle Methodenwelle: „Superpädagogen“: Heinz Klippert, Wolfgang Endres, aber auch viele Didaktiker

d) Für den Mathematikunterricht geeignete Techniken

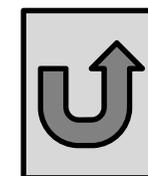
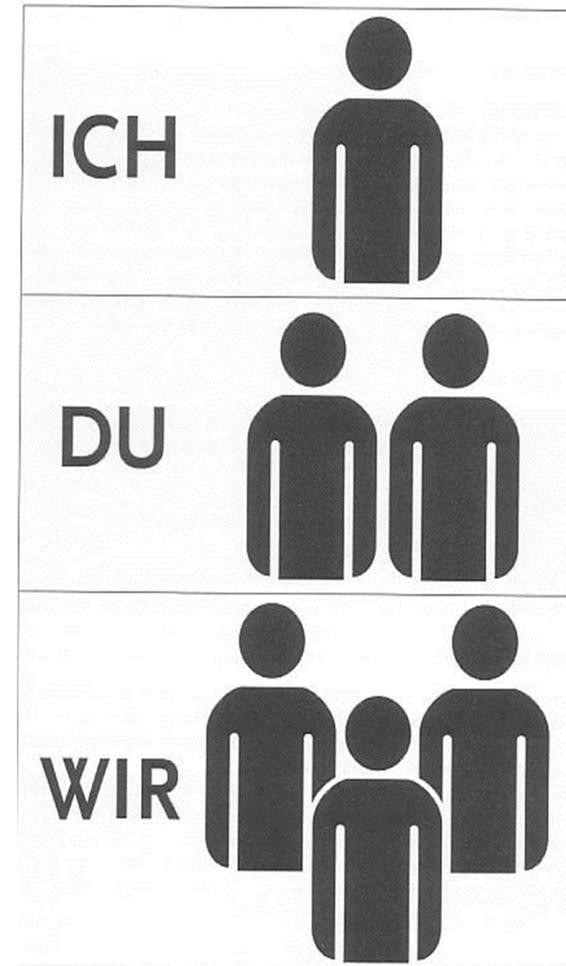
- Universelle Techniken: Ich-Du-Wir (Think-Pair-Share), Tandemübung, Placemate, Stille Post,
- Techniken zum Festigen von Begriffen:
Passt! - Passt nicht!, Steckbrief, Was bin ich?

- **Ich-Du-Wir**

- Geeignet für Problemlösephasen:
 - 1. Phase: Jeder überlegt für sich allein.
 - 2. Phase: Austausch der Ideen mit einem Partner
 - 3. Phase: Partner stellen Ideen in der Klasse oder in einer Gruppe vor (danach in der Klasse)
- Frontaler Wechsel der Phasen

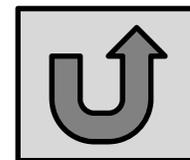
- **Tandemübung**

- Jeder Schüler entwickelt Aufgaben und stellt sie seinem Partner, der diese löst.
- Die Partner überprüfen gegenseitig die Lösungen und diskutieren Probleme und Entdeckungen



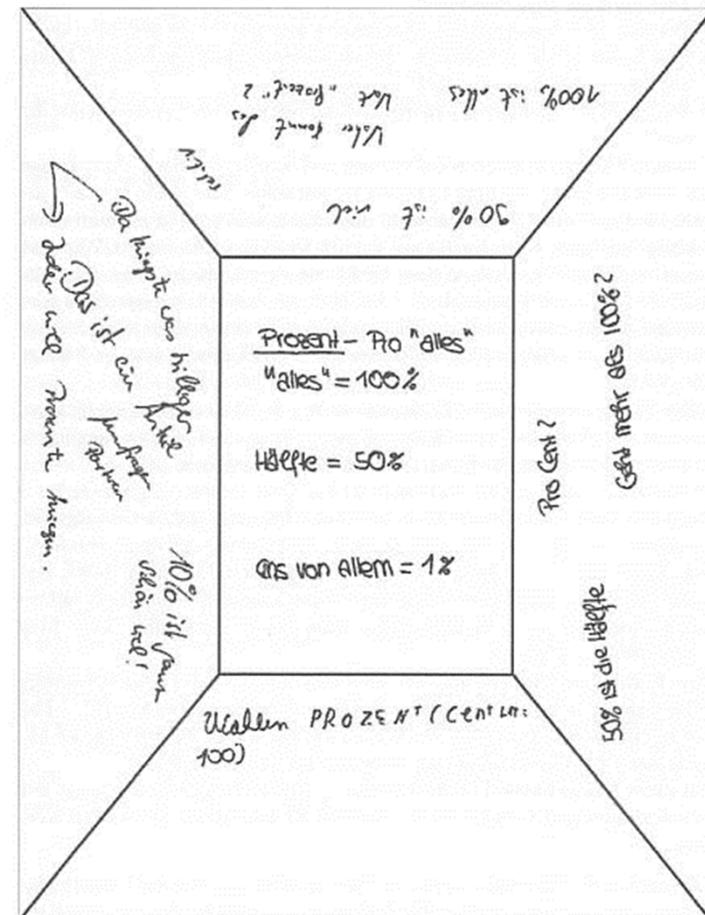
Beispiel für Tandemaufgabe

- a) Stelle mindestens drei Aufgaben, bei denen das arithmetische Mittel einer vorgegebenen Datenreihe berechnet werden soll.
Das Ergebnis soll bei allen Aufgaben gleich sein.
- b) Tausche deine Datenreihen mit denen deines Tischnachbarn/deiner Tischnachbarin aus und berechne jeweils das arithmetische Mittel der erhaltenen Datenreihen.
Zum Nachdenken: Hat er/sie es geschafft, dass alle Datenreihen das gleiche arithmetische Mittel haben? Korrigiert die Datenreihen gegebenenfalls.
- c) Besprecht anschließend eure Bearbeitungen und helft einander, wo es erforderlich ist. Überlegt zusammen, wie man ganz einfach möglichst viele verschiedene Datenreihen mit demselben arithmetisches Mittel finden kann.



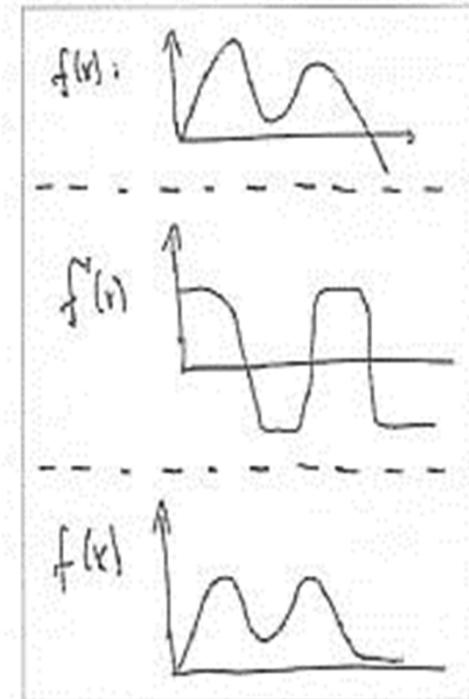
- **Placemat (Platzdeckchen):**
 - Gruppentische, 4 Schüler, A3-Blatt in der Mitte, eingeteilt
 - jeder schreibt in ein Feld, ohne zu sprechen
 - Blatt mehrfach drehen zum Lesen, ohne zu sprechen
 - Schüler besprechen Eintragungen in der Gruppe, einigen sich auf gemeinsame Antwort und tragen diese in mittleres Feld ein
 - Geeignet für Sammlung von Vorkenntnissen, Reaktivierung, Ideensammlung

Was fällt euch zu „Prozent“ ein?



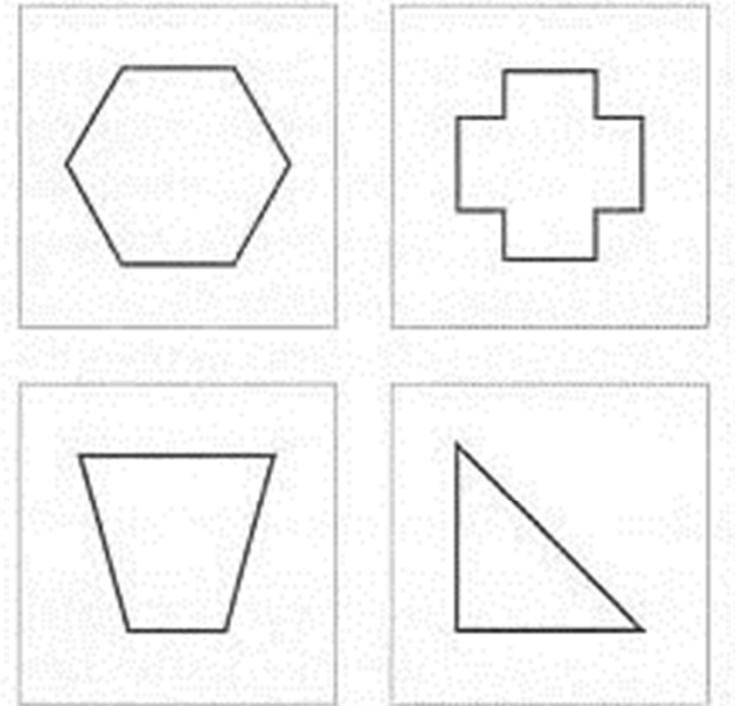
- **Stille Post**

- Vereinbaren der 2 Darstellungen
- Mündliche (flüstern) oder schriftliche Weitergabe (gefaltete Zettel)
- Nach mehreren Runden Auswertung
- Varianten:
 - ein Zettel durch Lehrer vorbereitet
 - Vorbereitete Zettel in Gruppen
 - jeder Schüler ein Startbeispiel
- Beispielpaare:
 - Funktion - Ableitung
 - Größe – Gegenstand
 - Schrägbild – Beschreibung
 - Term - Sachsituation



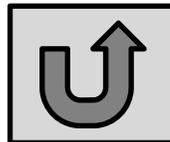
Techniken zur Festigung von Begriffen

- **Passt! - Passt nicht!**
 - Ein Schüler wählt eine Regel aus und hält sie geheim.
 - Ihm werden Objekte gezeigt und er sagt, ob sie die Regel erfüllen. Die Objekte werden entsprechend angeordnet.
 - Die anderen Schüler müssen die Regel erraten.



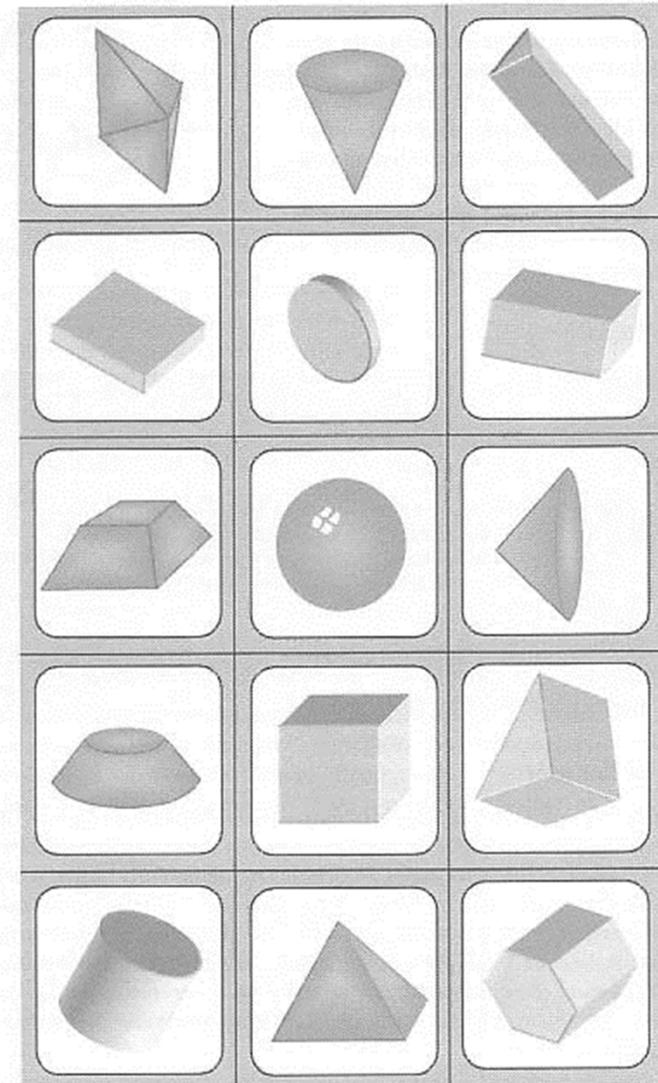
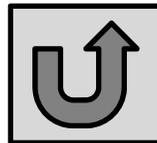
Mögliche Entscheidungsregeln:

- Die Figur hat keine rechten Winkel.
- Die Figur hat mehr als 4 Ecken.
- Die Figur hat parallele Seiten.
- Die Figur hat eine Spiegelachse.



Techniken zur Festigung von Begriffen

- **Steckbrief**
 - Jeder Schüler wählt ein Objekt aus und verfasst einen Steckbrief.
 - Die Briefe werden vorgelesen.
 - Wer erkennt das gesuchte Objekt als erster?
- **Was bin ich? (Begriffe raten)**
 - Ein Schüler denkt sich einen Begriff aus.
 - Er beantwortet die Fragen der anderen nur mit Ja oder Nein.



z. B.: Barzel/Büchter/Leuders:

31 „Methoden“ vorgestellt, davon nach Urteil der Fachberater MV:

8 bekannte Formen: Experimentieren, Gruppenarbeit, Freiarbeit, Hausaufgaben, Poster, Präsentation, Projekt, Spiele: Memory, Domino, Zahlen würfeln

9 wenig oder nicht geeignete Vorschläge:

Aufgabenkartei, Erarbeitungsspiel, Gruppenexploration, Gutachten, Knobelteam, Lawine, Mathe-Panini Schreibkonferenz, Streitgespräch

5 weniger bekannte, geeignete aber aufwändige Techniken:

Gruppenpuzzle, Lerntagebuch, Mindmap, Portfolio, Stationenlernen (Stationenzirkel, Lernwerkstatt, Lerntheke)

9 geeignete wenig aufwändige Techniken:

6 universelle Techniken:

Ich-Du-Wir, Mathe-Quiz, Placemate, Schreibgespräch, Stille Post, Tandemübung

3 Techniken zu Begriffen:

Passt! - Passt nicht!, Steckbrief, Was bin ich?

